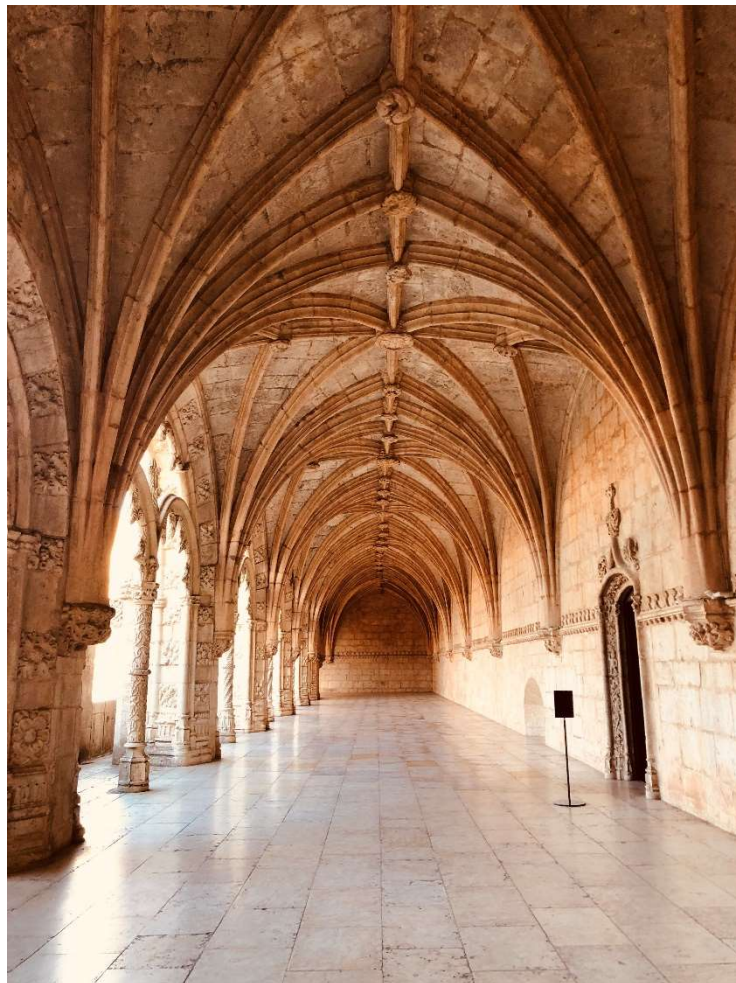




IFSC

**Instituto Federal de Santa Catarina
Departamento de Engenharia Civil**



Apostila de
Análise Estrutural I

**Prof. Márcia Maria Machado Steil
2026**

Sumário

1. INTRODUÇÃO	4
1.1. Parâmetros que influenciam a concepção de sistemas estruturais	4
1.2. Classificação das peças estruturais quanto à geometria	4
1.3. As grandezas fundamentais: força e momento	5
1.4. Condições de equilíbrio	6
1.5. Tipos de equilíbrio	7
1.6. Graus de liberdade	7
1.6.1. Estaticidade e Estabilidade	7
1.7. Tipos de vínculos ou apoios	9
1.8. Forças aplicadas	11
1.8.1. Cargas concentradas	12
1.8.2. Cargas uniformemente distribuídas	12
1.8.3. Cargas triangulares	12
1.9. Pórticos	13
1.9.1. Pórticos triarticulados	14
1.10. Vigas Gerber	14
2. EQUILÍBRIO INTERNO DAS ESTRUTURAS	16
2.1. Método das Seções	18
2.2. Método Direto para Diagramas	19
2.3. Método das Áreas para Diagramas	20
2.4. Relações diferenciais de equilíbrio para vigas	21
2.4.1. Análise qualitativa dos aspectos dos diagramas de esforços internos	23
2.4.1.1. Viga biapoiada com cargas concentradas	24
2.4.1.2. Viga contínua com balanços e com carga uniformemente distribuída	25
3. TRELIÇAS	26
3.1. MÉTODOS DE CÁLCULO	27
3.1.1. MÉTODO DOS NÓS	27
3.1.2. MÉTODO DE RITTER	27
3.1.3. MÉTODO DE CREMONA	27
3.2. CLASSIFICAÇÃO DAS TRELIÇAS	28
a) Quanto à forma de aplicação das cargas	28
b) Quanto à estaticidade	28
c) Quanto à lei de formação	29
3.3. RESOLUÇÃO DE TRELIÇAS DE ALTURA CONSTANTE EM FUNÇÃO DA VIGA DE SUBSTITUIÇÃO	32

3.3.1. TRELIÇA COM UMA DIAGONAL POR PAINEL	32
.....	34
4. ESTUDO DE CARGAS MÓVEIS - ESTRUTURAS ISOSTÁTICAS – LINHAS DE INFLUÊNCIA.....	35
4.1. Linhas de Influência	35
4.1.1. Traçado das Linhas de Influência.....	35
4.1.2. Envoltória de esforços.....	37
4.1.3. Obtenção dos Efeitos, Conhecidas as LI	38
5. CABOS	39
6. ARCOS.....	41

1. INTRODUÇÃO

1.1. Parâmetros que influenciam a concepção de sistemas estruturais

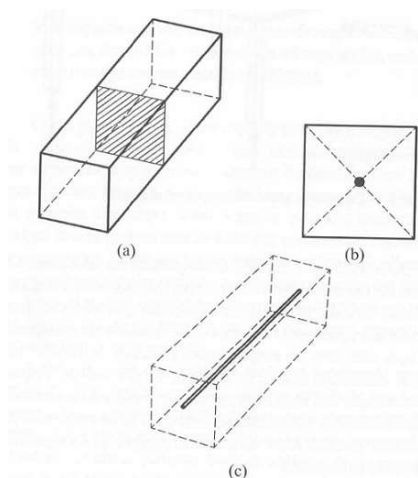
Análise estrutural é parte da Mecânica que estuda as estruturas, consistindo este estudo na determinação dos esforços e das deformações a que elas ficam submetidas quando solicitadas por agentes externos.

Quando se projeta uma estrutura, a análise do comportamento estrutural exige que sejam feitas algumas simplificações que conduzem a modelos estruturais.

Para que se defina o sistema estrutural mais adequado, para uma determinada situação de projeto, devem ser considerados vários fatores:

- Projeto arquitetônico: Aspectos funcionais (dimensão do espaço interno, iluminação, limitações do espaço exterior, etc.); Aspectos estéticos (sistemas diferentes geram formas diferentes).
- Carregamento atuante: Permanente; Variável.
- Condições de fabricação, transporte e montagem da estrutura (vias de acesso, içamento);

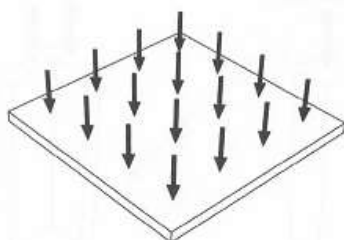
1.2. Classificação das peças estruturais quanto à geometria



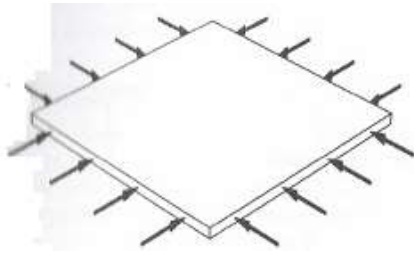
Unidimensionais: uma dimensão é predominante. Representados simplificada por uma barra, coincidente com o eixo do elemento, o qual é obtido pela união dos centros geométricos (centroídes) das infinitas seções transversais. São também conhecidos como elementos lineares.

Bidimensional: uma das dimensões é pequena em relação às demais; classificam-se em:

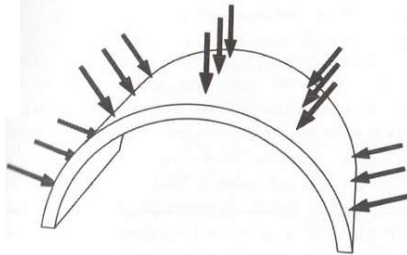
- a) **Placas:** ação predominante perpendicular ao plano formado pelas duas maiores dimensões;



- b) Chapas: ação predominante paralela ao plano médio.

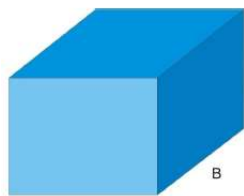


- c) Cascas: superfície média curva.



Tridimensionais: nenhuma dimensão predominante.

FUNDAÇÕES



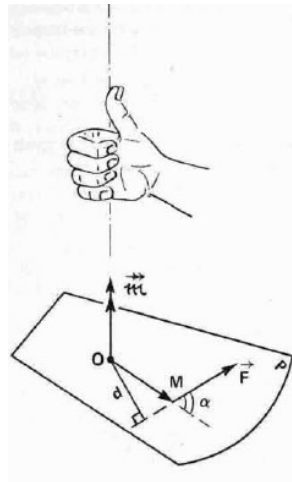
$$A = B = C$$



1.3. As grandezas fundamentais: força e momento

Força: A noção de força é das mais intuitivas possíveis: podemos exercer uma força sobre um corpo por contato (mola esticada exerce forças sobre as peças que fixam suas extremidades) ou a distância (força eletromagnética). São grandezas vetoriais, caracterizadas por direção, sentido e intensidade.

Momento: Chama-se momento de uma força F , em relação ao ponto O ao produto vetorial do vetor OM (sendo M um ponto qualquer situado sobre a linha de ação da força F) pela força F , conforme indica a figura abaixo.



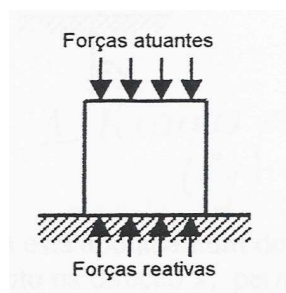
É importante ressaltar que, é simples reduzir um sistema de forças a um determinado ponto do espaço, bastando transferir todas as forças para este ponto, acrescentando, para cada uma delas, seu momento em relação a este ponto.

Um sistema de forças é, então, redutível a uma resultante R e a um momento resultante m em relação a qualquer ponto O do espaço, nos casos mais gerais, iguais, respectivamente, à soma vetorial de todas as forças e à soma vetorial dos momentos de todas estas forças em relação ao ponto O .

A resultante simboliza a tendência de translação do sistema e o momento resultante, sua tendência de rotação em relação a um eixo passando por O .

1.4. Condições de equilíbrio

Sistema estrutural é o conjunto das partes, ou elementos estruturais, que suportam as cargas de uma construção e as transmitem ao solo através das fundações. Os elementos estruturais são todos os sólidos dotados de propriedades elásticas, capazes de receber e transmitir cargas. Assim sendo, sobre as estruturas atuam forças ou cargas, chamadas forças atuantes, que são suportadas pelos elementos estruturais através de forças reativas. O equilíbrio entre as forças atuantes e as forças reativas é o objetivo do dimensionamento estrutural.



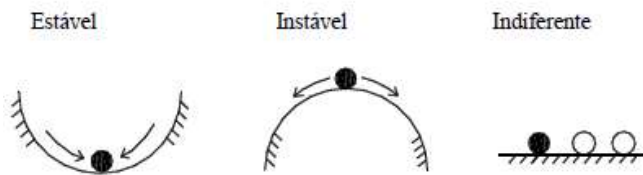
Para um corpo, submetido a um sistema de forças, estar em equilíbrio, é necessário que elas não provoquem nenhuma tendência de translação nem rotação a este corpo.

A condição necessária e suficiente para que um corpo esteja em equilíbrio, submetido a um sistema de forças, é que estas forças satisfaçam às equações vetoriais:

$$\begin{cases} \vec{R} = 0 \\ \vec{m} = 0 \end{cases}$$

Para uma estrutura permanecer em equilíbrio é necessário, mas não suficiente que as dimensões de suas seções sejam corretamente determinadas. Embora corretamente dimensionada, a estrutura pode perder o equilíbrio se seus apoios ou as ligações entre as partes que a constituem, denominados vínculos, não forem corretamente projetados. Por outro lado, o correto projeto dos vínculos não garante a estabilidade da estrutura se as dimensões das suas seções forem menores que as necessárias. Portanto, para estar totalmente em equilíbrio estático, uma estrutura deve atender a esta condição tanto externamente, pelo equilíbrio nos seus vínculos, como internamente, pelo equilíbrio das forças que ocorrem dentro das suas seções.

1.5. Tipos de equilíbrio



1.6. Graus de liberdade

No caso das estruturas planas carregadas no próprio plano, existem 3 graus de liberdade a serem restringidos, de modo a evitar toda tendência de movimento da estrutura, a fim de ser possível seu equilíbrio. Os graus de liberdade a combater são as translações nas direções dos eixos x e y e a rotação em torno de um eixo z perpendicular ao plano.

Esta restrição é dada por apoios, que devem impedir as diversas tendências possíveis de movimento (translação e rotação), através do aparecimento de reações destes apoios sobre a estrutura, nas direções dos movimentos que eles impedem, isto é, dos graus de liberdade que eles restringem. Estas reações de apoio se opõem às cargas aplicadas à estrutura, formando este conjunto de cargas e reações um sistema de forças em equilíbrio, e regidas, portanto, pelas equações da estática.

1.6.1. Estaticidade e Estabilidade

- a) A estrutura é restringida e o número de incógnitas é igual ao número de equações de equilíbrio: ISOSTÁTICA.
- b) A estrutura é restringida e o número de incógnitas é maior que o número de equações de equilíbrio: HIPERESTÁTICA.
- c) A estrutura não é restringida ou o número de incógnitas é menor que o número de equações de equilíbrio: HIPOSTÁTICA.

Uma estrutura está restringida quando possui vínculos para restringir todos os movimentos possíveis da estrutura (translação e rotação) como um corpo rígido.

Uma forma de calcular o grau de hiperestaticidade, a fim de descobrir se a estrutura é restringida, é usando a seguinte fórmula:

$$gh = C_1 + 2 \cdot C_2 + 3 \cdot C_3 - 3 \cdot m$$

Sendo:

C_1 = número de vínculos de 1º gênero;

C_2 = número de vínculos de 2º gênero;

C_3 = número de vínculos de 3º gênero;

m = número de hastes presentes na estrutura.

Os elementos estruturais podem estar também conectados por ligações internas: tirantes (C_1), rótulas (C_2), engastes (C_3)

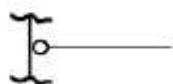
No caso de ligações internas faz-se a seguinte consideração:

Ligações internas :

Em ligações internas, considera-se o tipo de ligação e o número de barras conectadas menos 1.

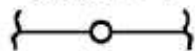
Tirante (C_1)

$$C_1 = 2 - 1 = 1$$

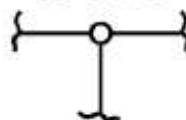


Articulação ou Rótula (C_2)

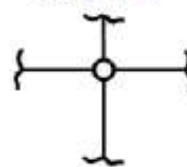
$$C_2 = 2 - 1 = 1$$



$$C_2 = 3 - 1 = 2$$

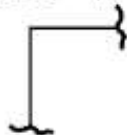


$$C_2 = 4 - 1 = 3$$

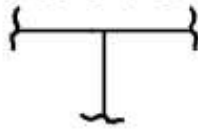


Ligação engastada (C_3)

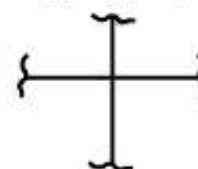
$$C_3 = 2 - 1 = 1$$



$$C_3 = 3 - 1 = 2$$



$$C_3 = 4 - 1 = 3$$



Exemplo:

Quantidade de apoios:
 $C_2 = 1 \quad C_3 = 1$
 Número de barras:
 $m = 1$

$$gh = C_1 + 2 \cdot C_2 + 3 \cdot C_3 - 3 \cdot m$$

$$gh = (0) + 2 \cdot (1) + 3 \cdot (1) - 3 \cdot (1)$$

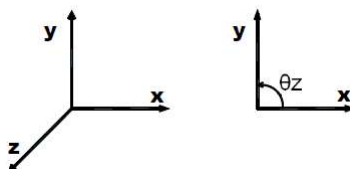
$$gh = 2 + 3 - 3$$

$$gh = 2$$

HIPERESTÁTICA**1.7. Tipos de vínculos ou apoios**

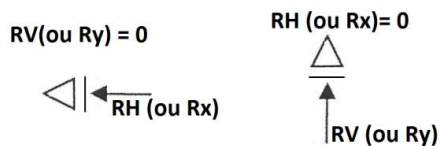
A função básica dos apoios ou vínculos é de restringir os graus de liberdade das estruturas por meio de reações nas direções dos movimentos impedidos, ou seja, restringir as tendências de movimento de uma estrutura.

No plano, um corpo rígido qualquer tem três graus de liberdade de movimento: deslocamento em duas direções e rotação.

**a) Apoio simples ou de primeiro gênero:**

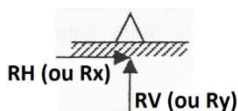
Na direção do único movimento impedido, aparecerá uma reação de apoio.

Exemplo de movimento: rolete do skate.

**b) Apoio do segundo gênero, articulação ou rótula:**

Dispositivo que impede todas as translações na direção y quanto na direção x, permanecendo livre apenas a rotação.

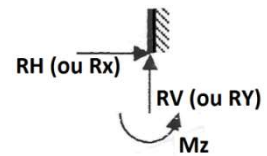
Exemplo de movimento: dobradiça.



c) Engaste: ou apoio de terceiro gênero:

Dispositivo que impede movimentos tanto de translação nas duas direções, quanto de rotação.

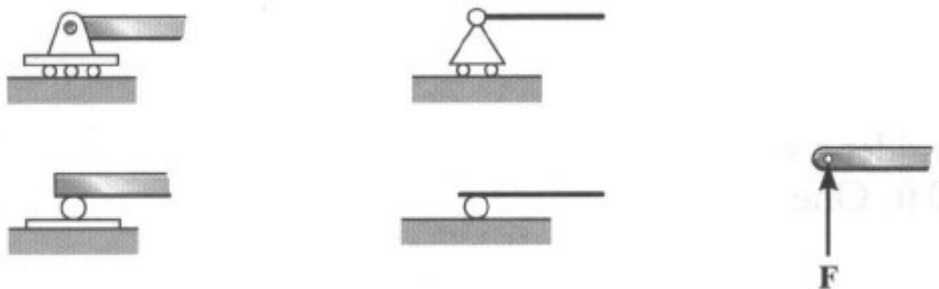
Exemplo de movimento: poste enterrado no solo.



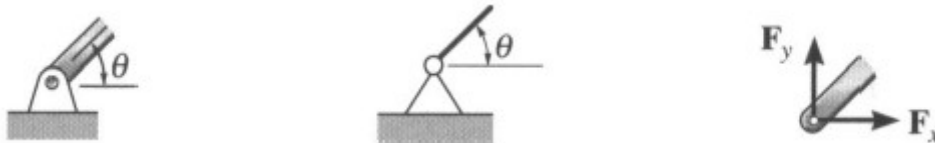
Outros exemplos de vínculos no plano

Tipo de Vínculo _____ Símbolo _____ Reações _____

Roletes



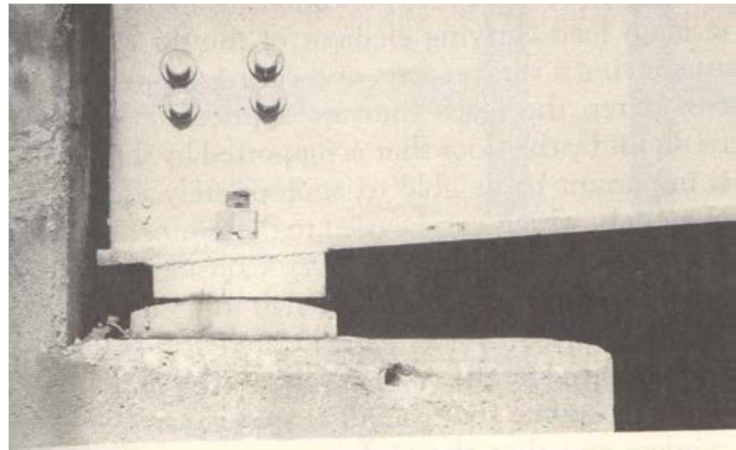
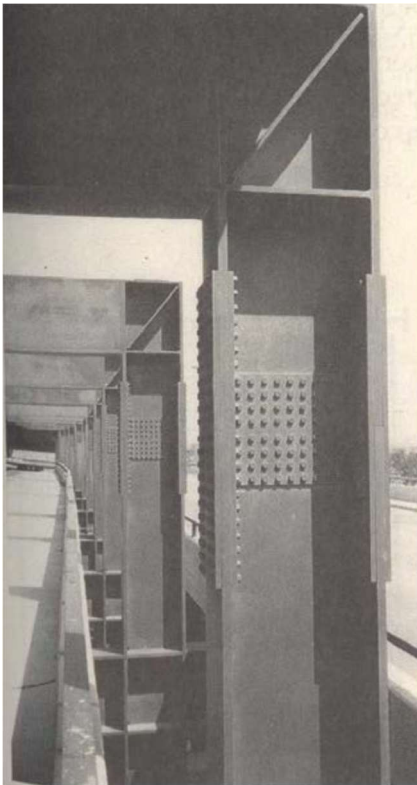
Articulação



Apoio rígido (engaste)



Exemplos de Vínculos



Apoio rotulado em viga de ponte.

Ligação de canto rígida de um pórtico de aço. Observam-se as chapas formando uma ligação rígida com os pilares.

1.8. Forças aplicadas

As forças aplicadas às estruturas são também denominadas ações solicitantes, cargas externas, carregamentos ou simplesmente cargas.

As cargas podem ser classificadas quanto à posição, à duração, à forma de aplicação e a à variação com o tempo. Assim, as cargas podem ser:

Quanto à posição: { fixas
móveis

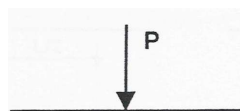
Quanto à duração: { permanentes
acidentais

Quanto à variação com o tempo: { estáticas
dinâmicas

Quanto à forma de aplicação: { concentradas
distribuídas

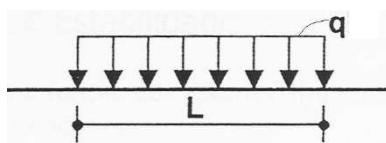
1.8.1. Cargas concentradas

São cargas distribuídas aplicadas a uma parcela reduzida da estrutura, podendo-se afirmar que são áreas tão pequenas em presença da dimensão da estrutura que podem ser consideradas pontualmente (ex.: a carga em cima de uma viga, a roda de um automóvel, etc.). São representadas como vetores-força aplicados no ponto que representa centro geométrico da área de aplicação real das cargas.

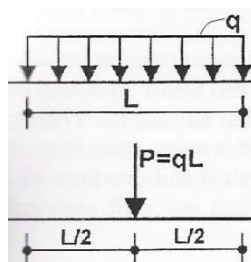


1.8.2. Cargas uniformemente distribuídas

Considere-se uma placa retangular apoiada nos quatro lados sobre a qual repousa um corpo de altura constante e área da base igual à área da placa, cujo peso específico é conhecido. Este peso introduzirá um carregamento na estrutura, que evidentemente, será distribuído e contínuo. Portanto a pressão exercida pelo corpo será igual em qualquer ponto da placa, podendo ser expressa como intensidade de força por unidade de superfície. Considere agora uma viga sobre a qual repousa um corpo. Como a viga é tratada como um elemento linear unidimensional, ou seja, só seu comprimento, a carga distribuída deve ser considerada não mais por unidade de superfície, mas por unidade de comprimento. São cargas distribuídas: o peso próprio, elementos apoiados, vento, pressões de fluidos.

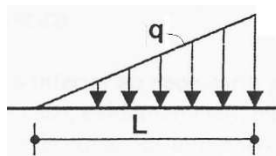


Uma carga uniformemente distribuída pode ser substituída por uma resultante de módulo igual ao valor da área do diagrama da carga distribuída (considerando-se a intensidade como altura), aplicada no centro de gravidade da figura, conforme a figura abaixo:

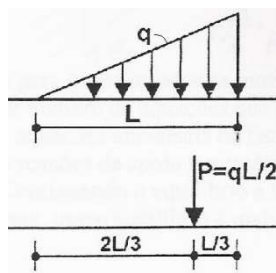


1.8.3. Cargas triangulares

São cargas distribuídas em uma área ou linearmente, decorrentes de uma pressão de intensidade irregular, ou seja, a intensidade é crescente ao longo da extensão da região de aplicação. São os casos dos empuxos de terras em muros de arrimo ou de água em barragens, principalmente.

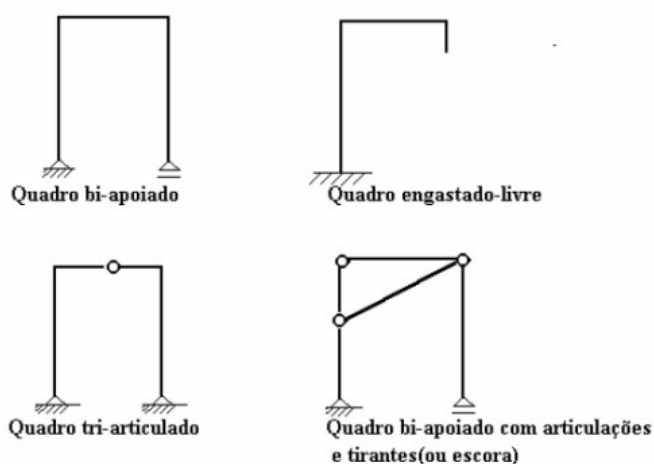


Uma carga distribuída de forma triangular pode ser substituída por uma resultante de módulo igual ao valor da área do diagrama da carga distribuída (considerando-se a intensidade como altura), aplicada a um terço do lado mais carregado da peça, conforme a figura abaixo:



1.9. Pórticos

Pórticos planos são estruturas lineares planas com solicitações coplanares. As cargas que um pórtico plano recebe, são consideradas co-planares ao pórtico. Os pórticos, em conjunto com os elementos secundários, formam o esqueleto resistente do sistema construtivo, onde são fixados os elementos de cobertura e vedação lateral. Os Pórticos são estruturas formadas por barras, formando quadros entre si. Existem quatro tipos fundamentais de quadros isostáticos planos, que associados entre si formam os chamados quadros compostos. Os elementos pré-fabricados de concreto com sistema estrutural de pórticos são altamente aplicáveis por apresentar boa funcionalidade e competitividade econômica.



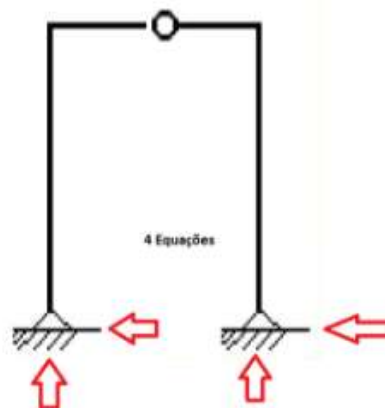
Exemplos de pórticos mais comuns.

1.9.1. Pórticos triarticulados



Possuem rótula interna.

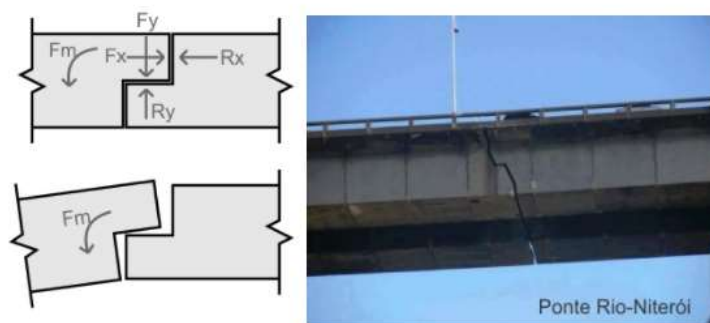
Uma vez que não há transferência de momentos nas rótulas, tem-se mais uma equação para possibilitar a determinação das reações de apoio, isto é, $\sum M_{RÓTULA}=0$



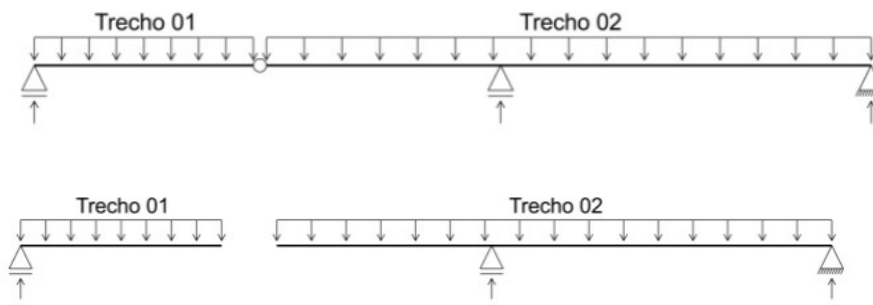
1.10. Vigas Gerber

Viga Gerber é definida como um conjunto de vigas que podem ou não ter estabilidade própria, mas a associação delas forma um conjunto perfeitamente estável.

A associação das vigas é obtida através de uma rótula, ou seja, uma ligação entre, um encaixe, que transmite forças verticais e horizontais, mas não transmite momento.



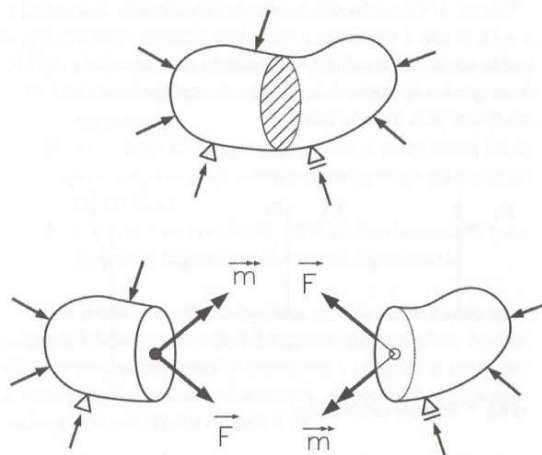
Tem-se então:



O trecho 1 NÃO possui estabilidade própria, logo apoia-se sobre o trecho 2. Assim, obtém-se as reações de apoio do trecho 1 que devem ser transferidas como ações para o trecho 2 para então, determinar-se as reações de apoio do trecho 2.

2. EQUILÍBRIO INTERNO DAS ESTRUTURAS

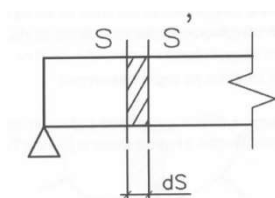
Dada uma estrutura qualquer em equilíbrio, pode-se imaginar uma seção transversal à maior dimensão do elemento e que separe essa estrutura em duas partes. Para preservar o equilíbrio de uma das partes da estrutura, deve-se aplicar a esta um sistema de forças equivalente ao da parte desconsiderada.



As resultantes de m e F possuem o mesmo módulo, direção e sentidos opostos ao da outra parte, já que cada seção está em equilíbrio. Portanto:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{e} \quad \sum \vec{m} = 0$$

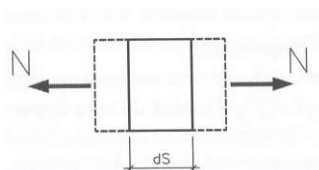
Considerando um trecho de uma estrutura em equilíbrio, limitando por duas seções S e S' , afastadas de uma distância infinitesimal dS , conforme figura abaixo, e destacando esse trecho do restante da estrutura, tem-se como determinar o efeito exercido por cada componente de força ou de momento.



O sistema de forças atuando num corpo encontra seu equilíbrio através das reações e apoio que provocam. Cada componente de força interna é chamada de esforço ou solicitação e está associada à deformação do trecho da estrutura. Como hipótese é suposto que a seção, originalmente plana, permanece plana após a deformação.

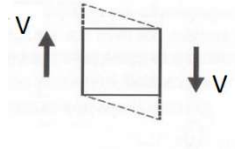
Assim, tem-se: esforço normal (N), esforço cortante (V), momento fletor (M), momento torçor (T).

Esforço normal (N): tende a promover a variação na distância dentre duas seções paralelas entre si, mantendo-as paralelas. Também conhecido como esforço axial.

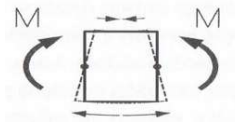


Quando as seções tendem a se afastar, diz-se que o trecho está tracionado e convencionou-se como esforço normal positivo. Em caso de aproximação das seções, o trecho estará comprimido (esforço normal negativo).

Esforço cortante (V): tende a fazer uma seção deslizar em relação a outra. Também conhecido como esforço cisalhante.



Momento fletor (M): tende a provocar a rotação da seção em torno de um eixo situado em seu próprio plano, produzindo forças de tração (alongamento) em uma face e de compressão (encurtamento) na face oposta. Na figura abaixo tem-se representado um momento fletor positivo, segundo a convenção usual, na qual a face inferior é tracionada e a superior comprimida.

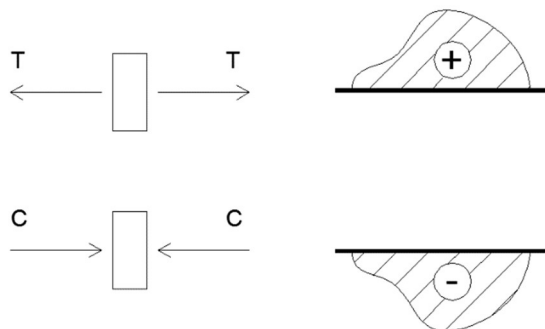


Momento torsor (T): tende a promover a rotação relativa entre duas seções em torno de um eixo que lhes é perpendicular. Segundo a convenção usualmente empregada, o momento torsor é positivo conforme ilustração abaixo (os vetores estão representados segundo regra da mão direita).

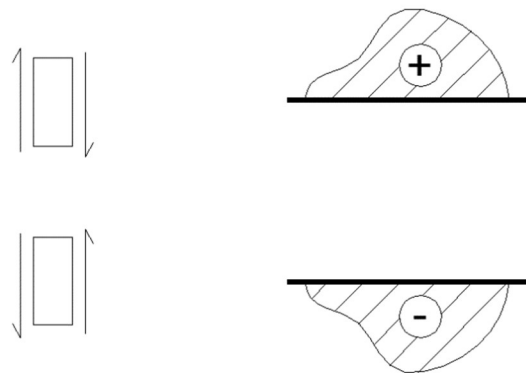


Convenção de sinais:

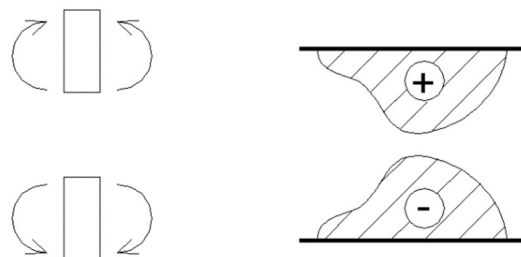
Normal (N):



Cortante (V):



Momento fletor (M):



2.1. Método das Seções

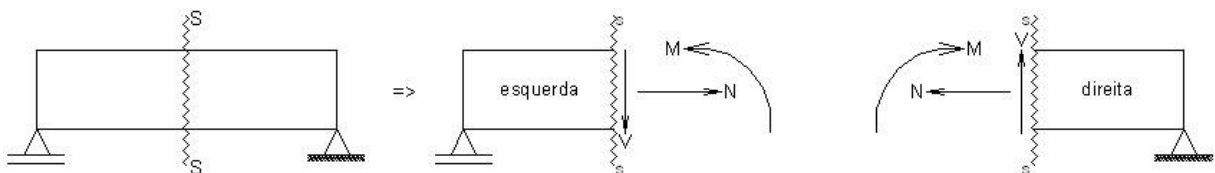
Todas as forças que agem sobre a viga, incluindo as de reação, são consideradas forças externas.

Assim se as forças que agem sobre o corpo satisfazem as equações de equilíbrio estático e todos atuam sobre ele, podemos representá-lo em um diagrama de corpo livre.

Se o sólido como um todo está em equilíbrio, qualquer parte dele também deve estar em equilíbrio.

Para a determinação das forças internas decorrentes das externas uma seção arbitrária é passada pelo sólido, separando-o em duas partes.

Esse processo é chamado de Método das Seções ou Princípio do Corte.



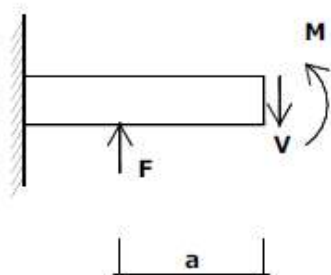
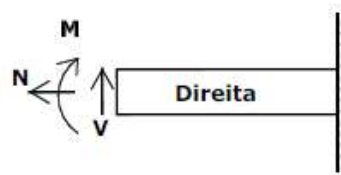
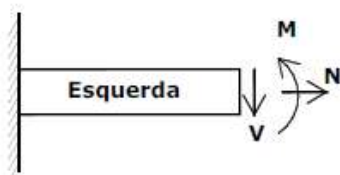
Sendo:

- A força N é chamada Axial ou Normal (paralela ao eixo longitudinal da viga).
- A força V é chamada Cortante (perpendicular ao eixo longitudinal da viga).
- M é chamada de momento fletor (gira em torno do eixo perpendicular ao plano das forças aplicadas à viga).

2.2. Método Direto para Diagramas

Vigas Simples

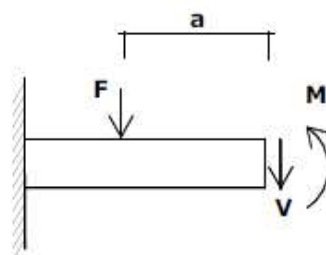
Convenção de sinais:



Esquerda com carga para cima

$$V - F = 0 \rightarrow V = +F \text{ positivo.}$$

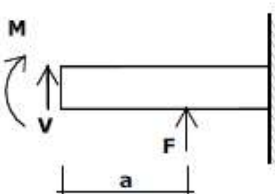
$$M - F \cdot a = 0 \rightarrow M = +F \cdot a \text{ positivo.}$$



Esquerda com carga para baixo

$$V + F = 0 \rightarrow V = -F \text{ negativo.}$$

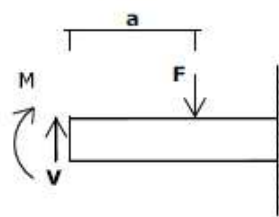
$$M + F \cdot a = 0 \rightarrow M = -F \cdot a \text{ negativo.}$$



Direita com carga para cima

$$V + F = 0 \rightarrow V = -F \text{ negativo.}$$

$$M - F \cdot a = 0 \rightarrow M = +F \cdot a \text{ positivo.}$$



Direita com carga para baixo

$$V - F = 0 \rightarrow V = +F \text{ positivo.}$$

$$M + F \cdot a = 0 \rightarrow M = -F \cdot a \text{ negativo.}$$

- Traçar DEC diretamente vindo pela esquerda.
- Traçar DMF vindo pela esquerda, calculando M nos pontos de aplicação de força concentrada.

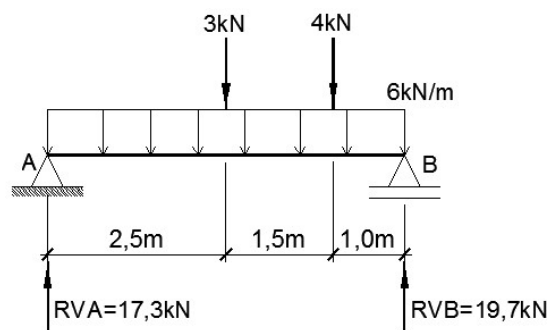
Lembrando:

- Força Concentrada: Descontinuidade no DEC
- Binário Aplicado: Descontinuidade no DMF

- $q=0$; (entre cargas conc.)
 - V Constante
 - M Varia Linearmente em x
- $q= k$;
 - V Varia Linearmente em x
 - M Varia Parabolicamente em x

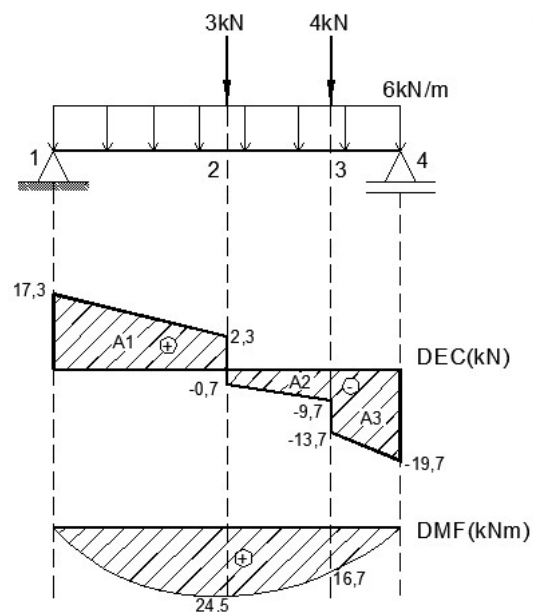
2.3. Método das Áreas para Diagramas

Através das áreas do diagrama de esforços cortantes, determina-se o diagrama de momentos fletores, conforme exemplo abaixo:



$$RVA = \frac{3 \times 2,5}{5} + \frac{4 \times 1}{5} + \frac{30 \times 2,5}{5} = 17,3 \text{ kN}$$

$$RVB = \frac{4 \times 4}{5} + \frac{3 \times 2,5}{5} + \frac{30 \times 2,5}{5} = 19,7$$



$$A1 = (2,3 \times 2,5) + \frac{2,5 \times 15}{2} = 24,5$$

$$A2 = (0,7 \times 1,5) + \frac{1,5 \times 9}{2} = 7,8$$

$$A3 = \frac{(19,7 + 13,7) \times 1}{2} = 16,7$$

$$M1 = 0$$

$$M2 = 0 + A1 = 24,5 \text{ kNm}$$

$$M3 = 24,5 - A2 = 24,5 - 7,8 = 16,7 \text{ kNm}$$

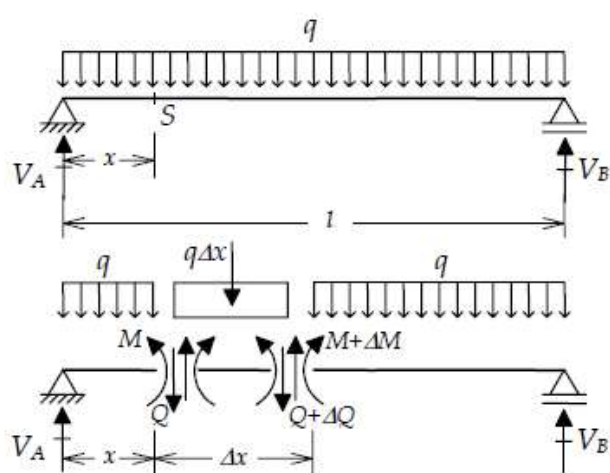
$$M4 = 16,7 - A3 = 16,7 - 16,7 = 0$$

2.4. Relações diferenciais de equilíbrio para vigas

Já foi visto que o equilíbrio de vigas pode ser imposto globalmente, o que resulta na determinação das reações de apoio (para vigas isostáticas), ou em porções isoladas, o que possibilita a determinação dos esforços internos (também para vigas isostáticas).

As condições de equilíbrio para vigas também podem ser impostas em pequenas porções isoladas, o que resulta em relações diferenciais de equilíbrio entre a taxa de carregamento transversal, o esforço cortante e o momento fletor.

Considere a viga biapoiada com carga uniformemente distribuída mostrada abaixo.



O objetivo desta análise é determinação das seguintes relações:

Taxa de variação do esforço cortante no trecho de comprimento Δx :

$$\boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta x}}$$

Taxa de variação do momento fletor no trecho de comprimento Δx :

$$\boxed{\frac{\Delta M}{\Delta x}}$$

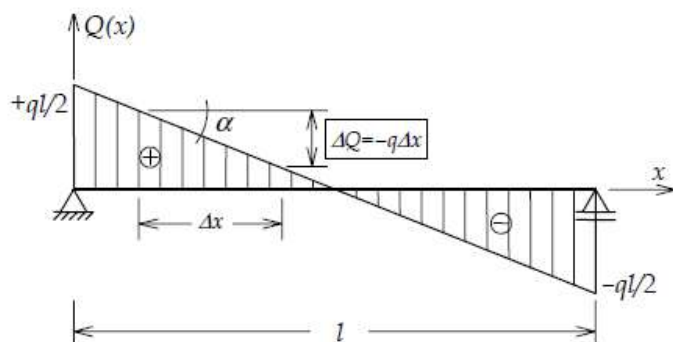
resulta em:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow +Q - q \cdot \Delta x - (Q + \Delta Q) = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta Q}{\Delta x} = -q}$$

$$\sum M_S = 0 \Rightarrow Q \cdot 0 - M - q \cdot \Delta x \cdot \frac{\Delta x}{2} + (M + \Delta M) - (Q + \Delta Q) \cdot \Delta x = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta M = \left(Q + \Delta Q + \frac{q \cdot \Delta x}{2} \right) \cdot \Delta x \Rightarrow \frac{\Delta M}{\Delta x} = Q + \frac{\Delta Q}{\Delta x} \cdot \Delta x + \frac{q \cdot \Delta x}{2} \Rightarrow \frac{\Delta M}{\Delta x} = Q - q \cdot \Delta x + \frac{q \cdot \Delta x}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta M}{\Delta x} = Q - \frac{q \cdot \Delta x}{2}}$$

A relação $\Delta Q/\Delta x$ mostrada acima tem uma interpretação que é indicada no diagrama de esforços cortantes da viga:

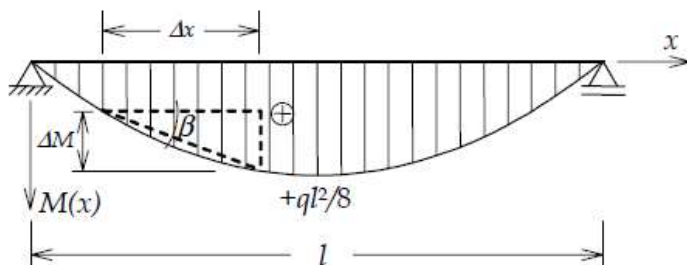


A inclinação da reta do diagrama, isto é, o coeficiente angular do diagrama de esforços cortantes é igual a $-q$ (igual a menos a taxa de carregamento transversal distribuído aplicado de cima para baixo):

$$\frac{\Delta Q}{\Delta x} = -q \Rightarrow \tan \alpha = -q$$

A taxa variação do esforço cortante no trecho de comprimento Δx é igual a $-q$.

A relação $\Delta M/\Delta x$ também tem uma interpretação que é indicada no diagrama de momentos fletores da viga:



A inclinação da reta que interpola os valores do diagrama de momentos fletores no trecho com comprimento Δx é igual à taxa de variação do momento fletor no trecho:

$$\frac{\Delta M}{\Delta x} = Q - \frac{q \cdot \Delta x}{2} = \tan \beta$$

Agora imagine que o comprimento do trecho isolado Δx tenha um valor tão pequeno quando se queira. Isto é, imagine no limite quando Δx tender a zero. Nessa situação, as taxas de variação do esforço cortante e do momento fletor vão tender a valores pontuais das inclinações dos diagramas. Matematicamente, os limites das taxas de variação de esforço cortante e momento fletor quando o comprimento do trecho tende a zero são representadas por:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta x} = \frac{dQ}{dx}; \text{ sendo que } \frac{dQ}{dx} \text{ é chamada de derivada do esforço cortante em relação a } x.$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta x} = \frac{dM}{dx}; \text{ sendo que } \frac{dM}{dx} \text{ é chamada de derivada do momento fletor em relação a } x.$$

A derivada de uma função qualquer representa a taxa de variação pontual da função.

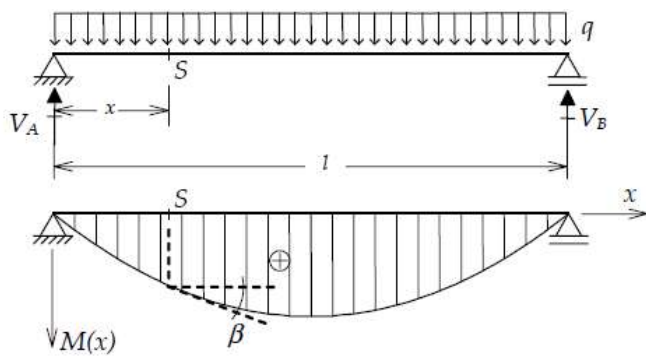
As expressões para as derivadas do esforço cortante e momento fletor são:

$$\frac{dQ}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} -q = -q \rightarrow \frac{dQ}{dx} = -q \quad (\text{derivada do esforço cortante é igual a } -q)$$

$$\frac{dM}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(Q - \frac{q \cdot \Delta x}{2} \right) = Q \rightarrow \frac{dM}{dx} = Q(x) \quad (\text{derivada do momento fletor é igual a } Q)$$

Estas expressões são chamadas *relações diferenciais de equilíbrio de vigas*.

Observe que estas expressões são gerais, isto é, não são específicas para o caso da viga biapoiada com carga uniformemente distribuída. Isto porque, mesmo no caso de carga distribuída não constante, no limite quando Δx tende a zero, a taxa de carregamento distribuído no trecho de comprimento dx é constante e igual a $q(x)$, sendo $q(x)$ o valor da carga no ponto de avaliação.



A interpretação da derivada do momento fletor é mostrada abaixo:
A derivada do momento fletor é a inclinação da curva do diagrama de momentos fletores em qualquer ponto de avaliação, isto é a sua taxa de variação pontual (ou sua derivada) é igual a:

$$\frac{dM}{dx} = Q(x) = \tan \beta$$

P

ode-se combinar as relações diferenciais do esforço cortante e do momento fletor para obter uma relação diferencial de segunda ordem entre o momento fletor e a taxa de carregamento distribuído:

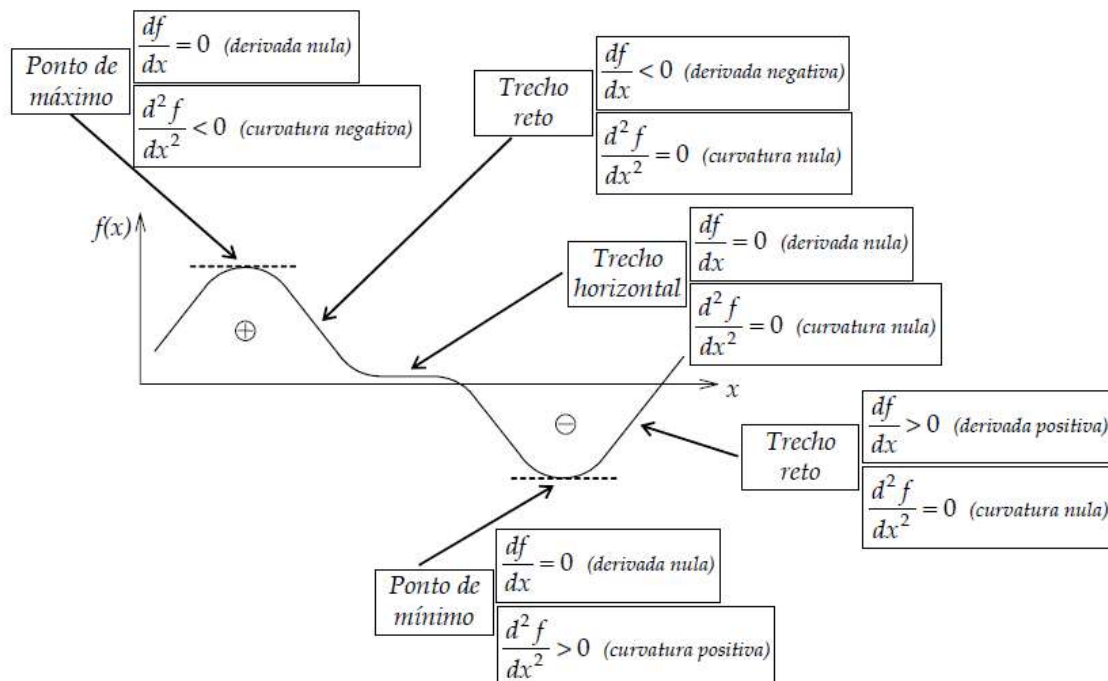
$$\frac{dQ}{dx} = -q \Rightarrow \frac{d}{dx} \left(\frac{dM}{dx} \right) = -q \Rightarrow \frac{d^2 M}{dx^2} = -q \quad (\text{derivada à segunda do momento fletor é igual a } -q)$$

2.4.1. Análise qualitativa dos aspectos dos diagramas de esforços internos

As relações diferenciais de equilíbrio de vigas são muito úteis para descrever os aspectos qualitativos dos diagramas de esforços cortantes e momentos fletores, tal como feito a seguir.

Duas importantes propriedades das derivadas de funções devem ser salientadas:

- Nos pontos de máximos ou mínimos de uma função a sua derivada (taxa de variação pontual) é nula.
- A derivada à segunda de uma função dá uma indicação de sua curvatura ou concavidade da função.

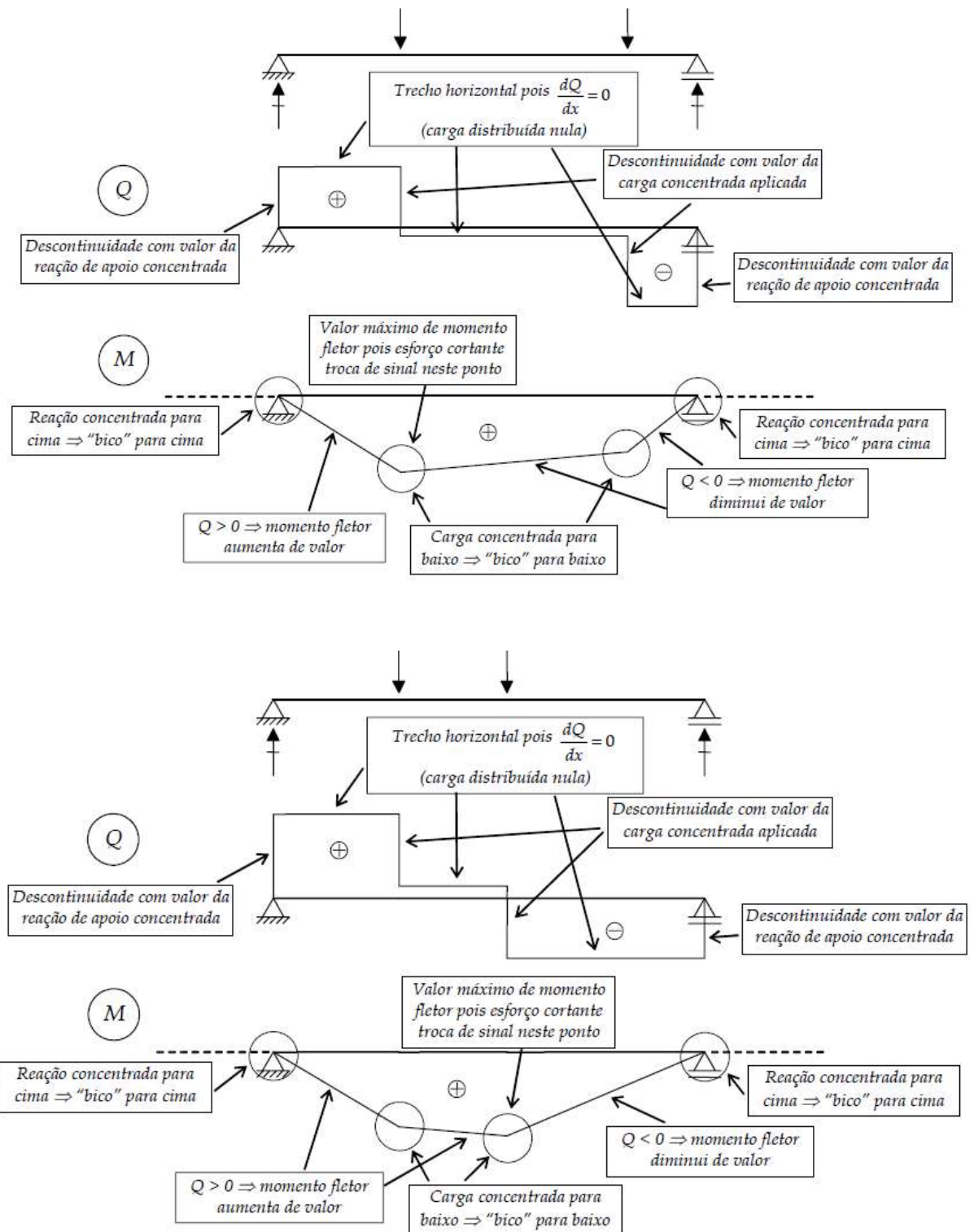


Com base nessas propriedades das derivadas, os diagramas de esforços cortantes e momentos fletores de algumas vigas serão analisados a seguir.

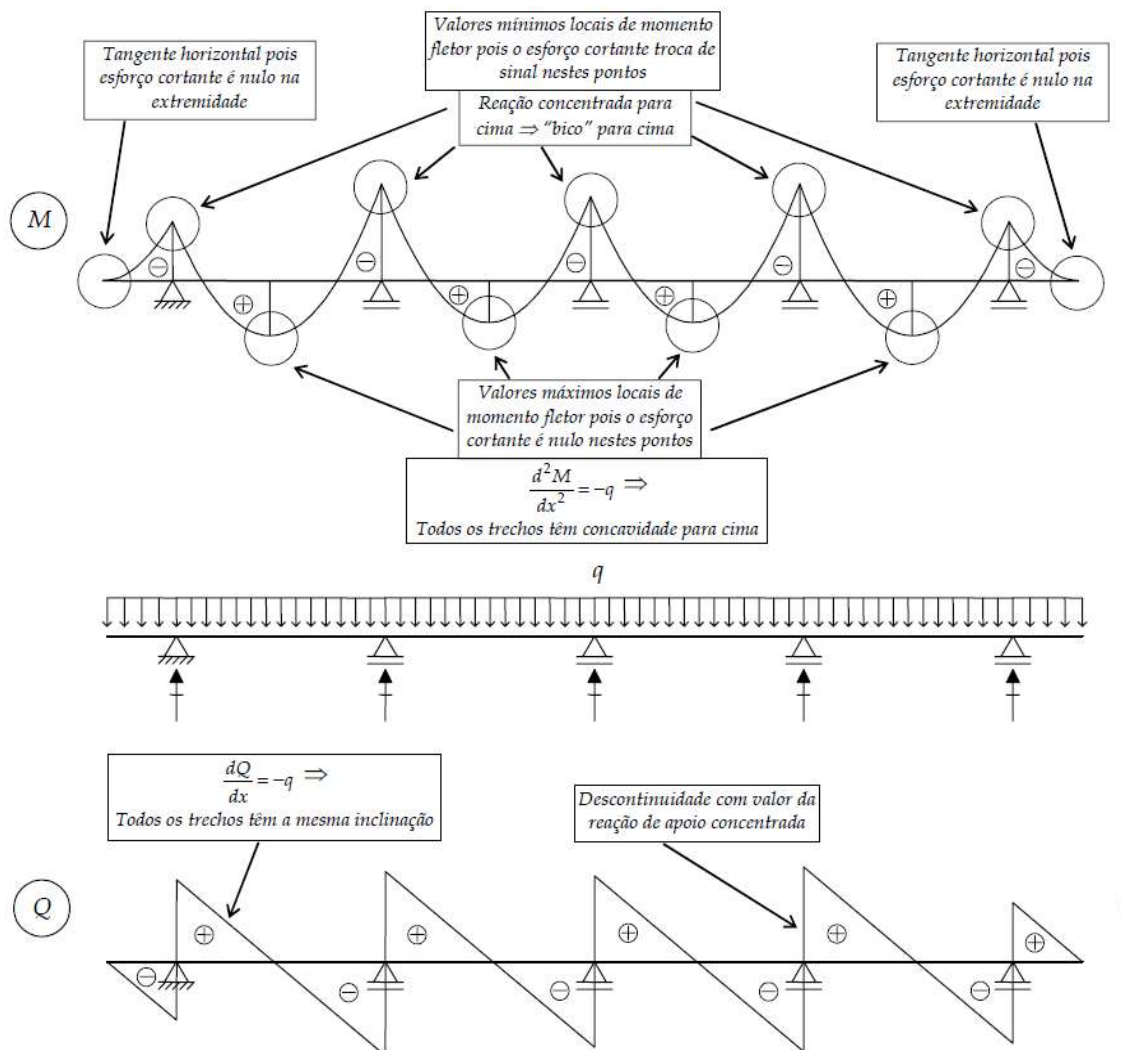
Deve ser observado que o diagrama de momentos fletores é desenhado com os valores positivos em baixo e os negativos em cima. Portanto, um trecho descendente do diagrama tem derivada

positiva e um trecho ascendente tem derivada negativa. Consistentemente, um trecho com concavidade voltada para cima tem derivada à segunda negativa e um trecho com concavidade para baixo tem derivada à segunda positiva.

2.4.1.1. Viga biapoiada com cargas concentradas



2.4.1.2. Viga contínua com balanços e com carga uniformemente distribuída

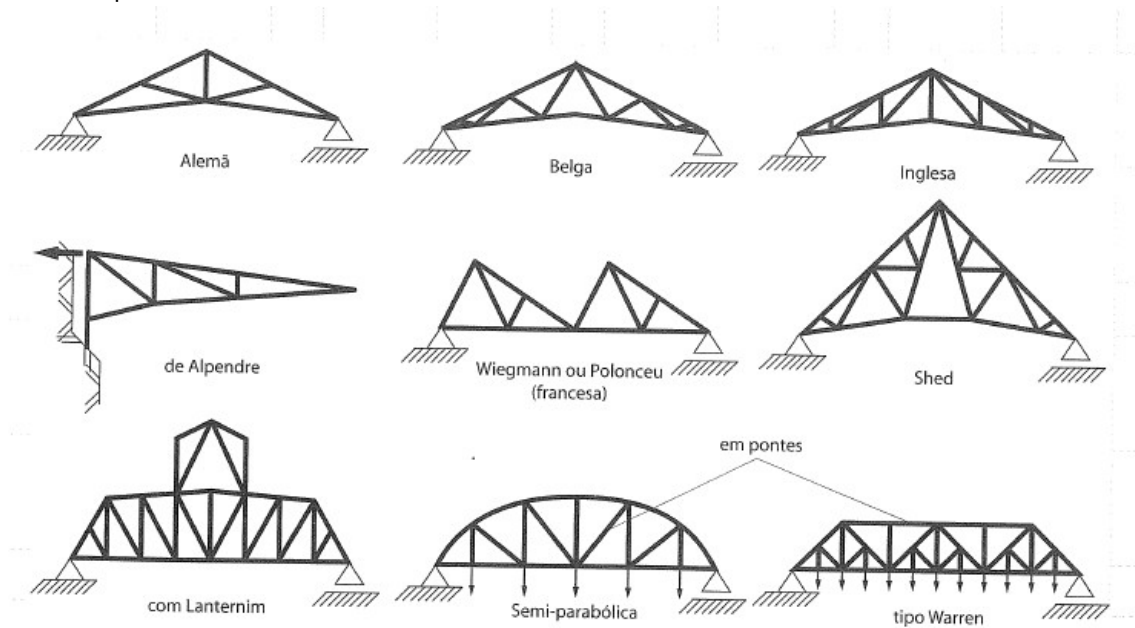


3. TRELIÇAS

Treliças são estruturas compostas de barras ou elementos retos, com orientações quaisquer, interligados por nós rotulados ou articulados.

Podem ser estruturas planas, quanto todas as barras e as forças aplicadas pertencem a um mesmo plano, ou espaciais.

Denomina-se treliça plana, o conjunto de elementos de construção (barras redondas, chatas, cantoneiras, I, U, etc.), interligados entre si, sob forma geométrica triangular, através de pinos, soldas, rebites, parafusos, que visam formar uma estrutura rígida, com a finalidade de resistir a esforços normais apenas.



Treliças planas.

As treliças espaciais ou treliças 3D são estruturas constituídas de barras ou elementos, com orientação qualquer, interconectadas por nós rotulados para formar uma estrutura tridimensional estável.

A forma mais simples desta treliça é a espacial simples que forma um tetraedro conectando seis membros. Adicionando membros e nós criamos treliças espaciais simples de maior tamanho.

No caso de treliças espaciais ideais todos os elementos estão submetidos somente a esforços normais N . No caso das treliças espaciais com cargas fora dos nós, os diagramas dos esforços normais, cortantes e momentos fletores devem ser adicionalmente obtidos.

Em se tratando, pois, de uma estrutura no espaço, a análise do equilíbrio de cada nó será regida pelas três equações:

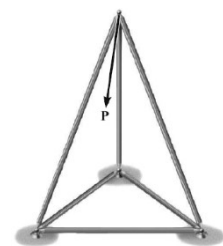
$$\sum F_x = 0$$

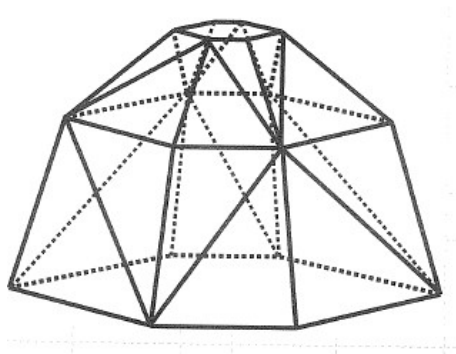
$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

Os esforços normais numa treliça simples no espaço serão determinados pela análise sucessiva do equilíbrio de cada um de seus nós, que deve ser iniciada evidentemente pelos nós em que só se tenha três esforços normais a determinar, prosseguindo-se desta maneira até o fim.

Analogamente também ao caso das treliças planas, as treliças isostáticas no espaço podem ser classificadas, quanto à sua lei de formação, em simples, compostas e complexas.





Treliza espacial.

3.1. MÉTODOS DE CÁLCULO

3.1.1. MÉTODO DOS NÓS

Consiste no estudo do equilíbrio de cada nó, iniciando e prosseguindo pelos nós que só possuam duas incógnitas a determinar (esforço ou reações), até abranger todos os nós.

3.1.2. MÉTODO DE RITTER

Uma vez equilibrada a estrutura, efetua-se uma seção no ponto da estrutura onde se deseja conhecer os esforços, aplicando as equações de equilíbrio a uma das partes.

Deve-se escolher seções de Ritter que interceptem três barras não paralelas nem concorrentes no mesmo ponto, a fim de que possamos determinar seus esforços normais pelas equações universais da Estática.

As seções de Ritter podem ter formas quaisquer (não precisando ser retas), desde que sejam contínuas, pois sua única obrigação é atravessar toda a treliça.

Após dada a seção de Ritter, arbitra-se os sentidos dos esforços normais incógnitos como sendo de tração, pois assim, os sinais obtidos já serão os sinais dos esforços atuantes. (O sinal positivo, confirmando o sentido arbitrado, indicará tração e o negativo, compressão.)

3.1.3. MÉTODO DE CREMONA

Baseia-se no estudo gráfico do equilíbrio em cada nó da estrutura.

Para aplicar o método, deve-se inicialmente utilizar a notação de Bow. Ela permite a designação dos espaços entre forças externas e internas (que atuam nas barras) por letras minúsculas.

Pode-se começar o traçado escolhendo uma sequência de forças e tomando uma delas para início do polígono.

Todos os nós são percorridos no mesmo sentido (horário ou anti-horário). **IMPORTANTE:** adotaremos nesta disciplina o sentido horário.

Os valores dos esforços nas barras são medidos no gráfico em escala.

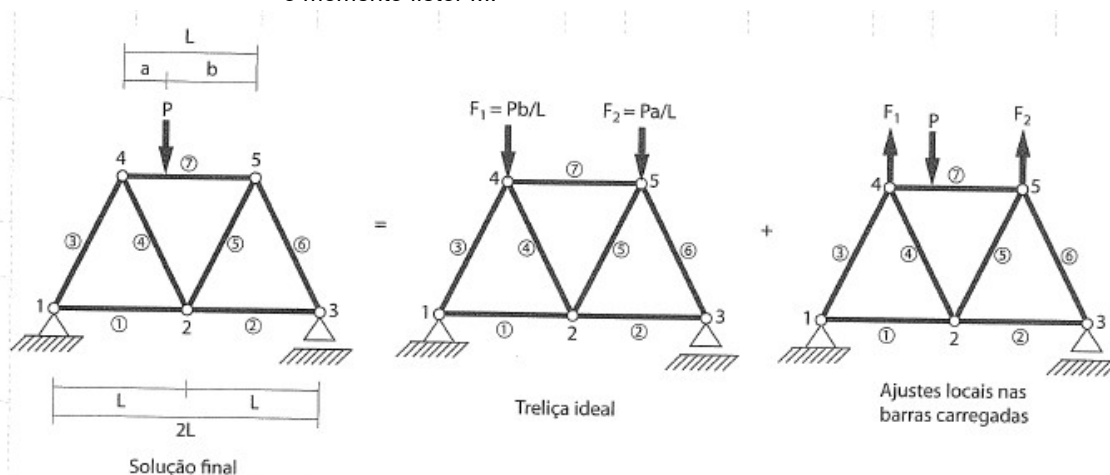
O polígono resultante do traçado do Cremona deverá resultar num polígono fechado para que a treliça esteja em equilíbrio.

3.2. CLASSIFICAÇÃO DAS TRELIÇAS

a) Quanto à forma de aplicação das cargas

As treliças dividem-se em:

- Treliças com caras aplicadas somente nos nós (treliça ideal): nesse caso atuam em todos os seus elementos somente esforços normais, que podem ser de tração (+) ou compressão (-).
- Treliças com cargas aplicadas também fora dos nós: São resolvidas superpondo-se a solução de uma treliça ideal equivalente com um ajuste localizado somente nas barras com carregamento. A treliça ideal equivalente é obtida determinando-se para cada barra carregada, as forças nodais equivalentes ao carregamento aplicado na barra. Estas forças serão aplicadas nos nós iniciais e finais de cada barra que apresenta carregamento. Com a resolução da treliça ideal equivalente obtêm-se os esforços normais (N) constantes em todas as barras. Nas barras sem carregamento, os esforços normais assim determinados constituem a resposta final. Para as barras que contêm carregamento é necessário determinar também o esforço cortante V e o momento fletor M.



b) Quanto à estaticidade

Quanto à estaticidade, uma treliça (assim como qualquer outra estrutura) pode ser hipostática, isostática ou hiperestática.

As incógnitas do problema são em número de $(r + b)$, sendo r o número de reações de apoio a determinar e b o número de barras (e, portanto, o número de esforços normais a determinar) e as equações de equilíbrio em número igual a $2n$, sendo n o número total de nós, incluindo os nós de apoio da estrutura.

Três casos podem ocorrer:

1) $r + b < 2n$, ou seja, o número de incógnitas é inferior ao de equações; pode-se afirmar, então, que a treliça é hipostática;

2) $r + b = 2n$, o que sugere tratar-se de uma treliça isostática. Esta simples igualdade não nos permite, entretanto, afirmar que a treliça seja isostática, pois pode-se ter a associação, internamente, de trechos hiperestáticos com trechos hipostáticos, conduzindo a uma isostaticidade interna aparente, bem como pode ocorrer a associação de hiperestaticidade interna com isostaticidade externa (ou vice versa), conduzindo também a uma isostaticidade aparente para o conjunto. O diagnóstico final só poderá ser dado após a análise dos apoios externos e da lei de formação interna da treliça em questão;

3) $r + b > 2n$, o que sugere tratar-se de uma treliça hiperestática (maior número de incógnitas que de equações). No entanto, analogamente ao caso anterior, o diagnóstico final só poderá ser dado após a análise de cada caso. Se a treliça for, de fato, hiperestática, seu grau hiperestático será igual, evidentemente, a $(r + b - 2n)$.

c) Quanto à lei de formação

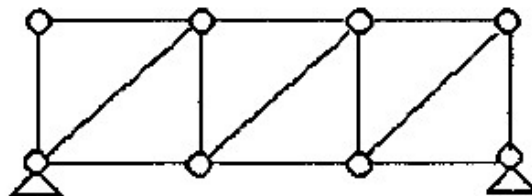
Quanto à sua lei de formação, as treliças são classificadas em:

- *simples*,
- *compostas e*
- *complexas*.

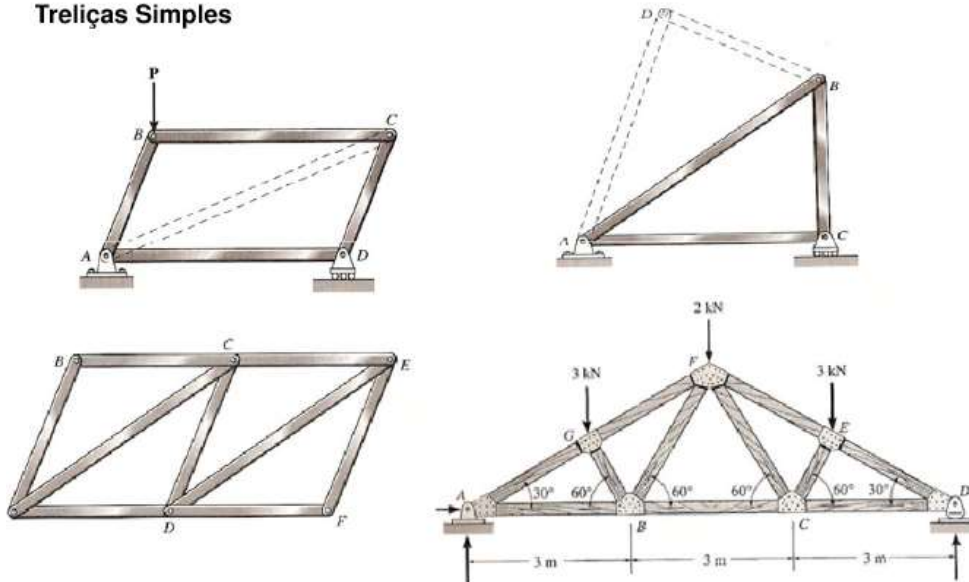
Segundo a lei de formação de treliças simples isostáticas, uma treliça será internamente isostática se puder ser obtida a partir de uma forma estável, pela adição de barras duas a duas, partido dos nós existentes para novos nós.

1. Treliças Simples: Uma treliça simples é construída a partir de um elemento triangular básico. A treliça será simples se puder ser obtida a partir de configurações indeformáveis pela adição de duas a duas barras partindo de nós já existentes para novos nós (cada novo nó para cada duas novas barras).

Exemplo:



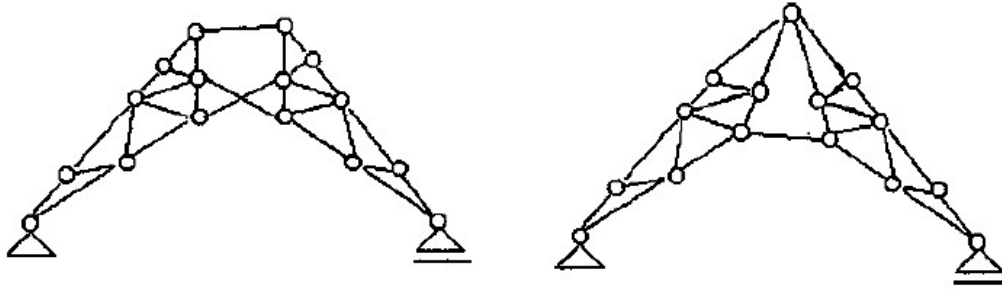
Treliças Simples



2. Treliça Composta: A treliça é composta quando for formada por duas treliças simples ligadas por 3 barras não simultaneamente concorrentes ou paralelas, ou por um nó e uma barra sendo que esta barra não concorre no nó citado.

A resolução de uma treliça composta pode recair no caso de duas treliças simples, mediante o cálculo prévio dos esforços nos elementos de ligação, o que permitirá isolá-las para fins de cálculo estático.

Exemplos:

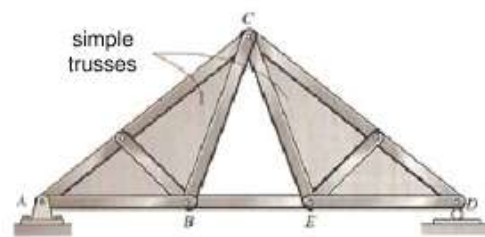


As treliças compostas classificam-se em três tipos: tipo I, tipo II e tipo III.

Treliças compostas Tipo I

Resolução

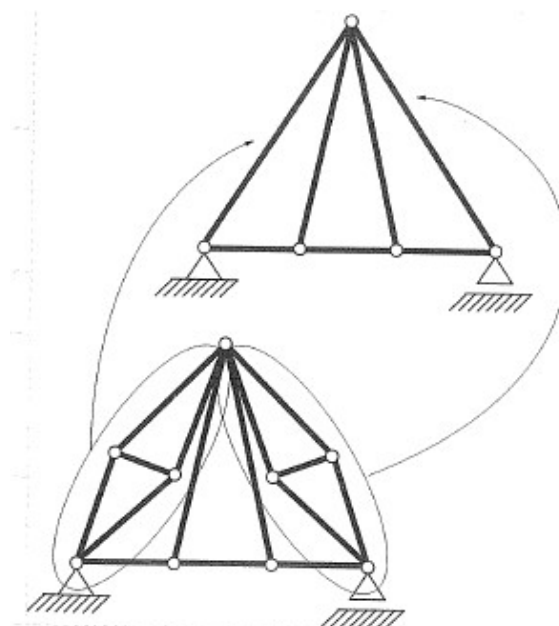
1. Determinar as reações de apoio (treliça completa);
2. Identificar os elementos de ligação;
3. Traçar seção de Ritter cortando os elementos de ligação;
4. Impor o equilíbrio das partes;
5. Analisar as treliças simples utilizando o método de equilíbrio dos nós;



Tipo 1

Treliças compostas Tipo II

Classificam-se como treliças compostas do tipo II aquelas nas quais a substituição de treliças secundárias por barras retas conduza a uma treliça simples.



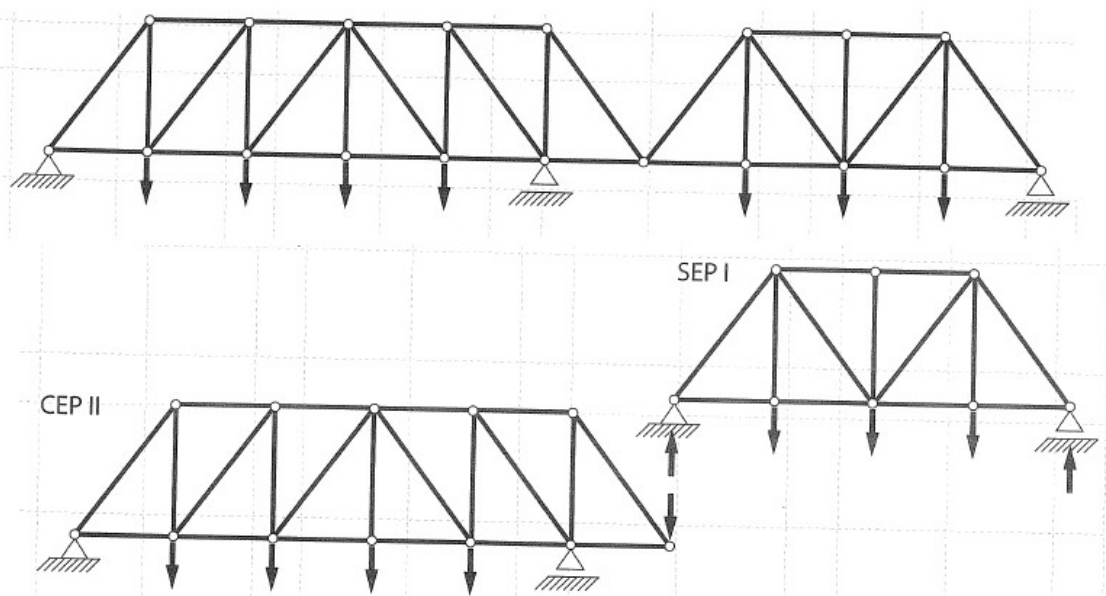
Tipo 2

Resolução:

1. Identificar as treliças secundárias e substituí-las por barras retas;
2. Aplicar as cargas nodais equivalentes (dos carregamentos das treliças secundárias) nos nós iniciais e finais das barras retas substitutas;
3. Resolver a treliça simples obtida;
4. Fazer os ajustes nas treliças secundárias de forma análoga às barras carregadas das treliças com cargas fora dos nós;

Treliças compostas Tipo III

São treliças compostas com comportamento de viga Gerber, conforme figura abaixo:

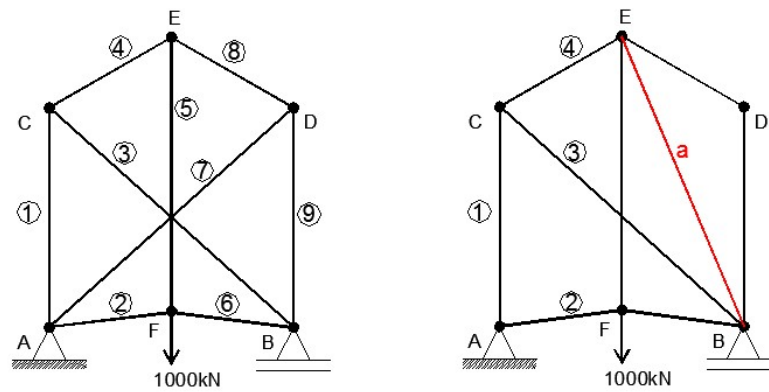


Resolução:

1. Identificar as treliças simples que encontram-se associadas, classificando-as com estabilidade própria (CEP) e sem estabilidade própria (SEP);
2. Resolver as treliças simples observando a sequência de resolução: primeiro as SEP depois as CEP;

3. Treliças complexas: Não se enquadram em nenhuma das classificações anteriores sendo porém uma estrutura que satisfaz a condição necessária, mas não suficiente, de isostaticidade ($b + r = 2n$).

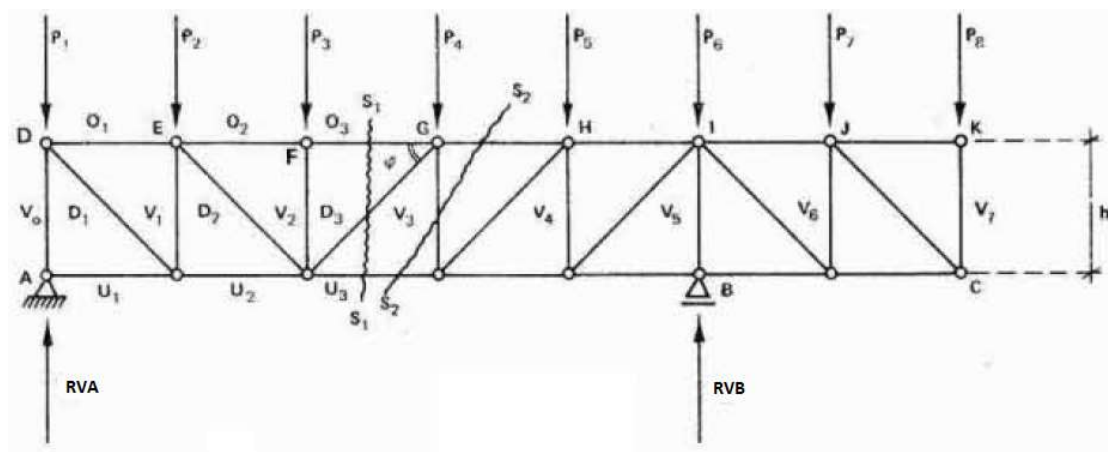
A situação devido à forma crítica pode ser resolvida através do *Método Henneberg* (consiste em substituir uma barra da treliça por outra que permita aplicar o Método dos Nós ou de Ritter, fazendo os ajustes necessários) que é o método de resolução das treliças complexas.



3.3. RESOLUÇÃO DE TRELIÇAS DE ALTURA CONSTANTE EM FUNÇÃO DA VIGA DE SUBSTITUIÇÃO

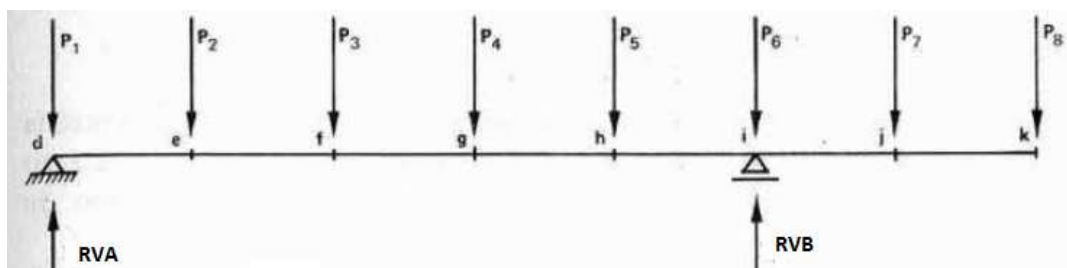
3.3.1. TRELIÇA COM UMA DIAGONAL POR PAINEL

Seja a treliça abaixo, de altura constante h , submetida ao carregamento vertical superior indicado.

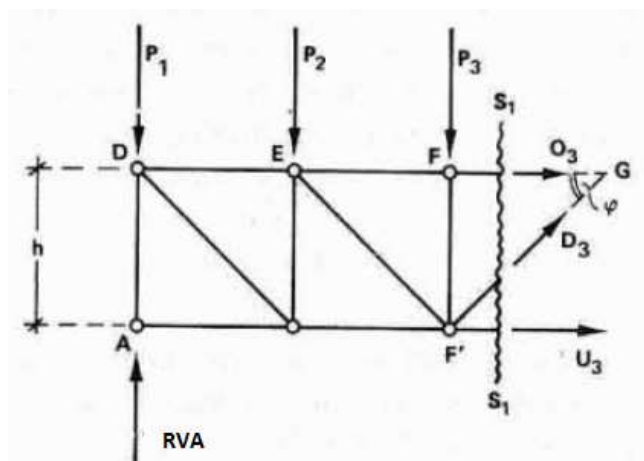


Determinar os esforços O_3 , U_3 , D_3 (barra superior, inferior e diagonal genérica da treliça).

Para isso, utiliza-se a viga de substituição:



A partir da seção S1, tem-se:



⇒ Determinar O:

- Fazendo $\sum MF' = 0$, tem-se:

$$\sum MF' = 0$$

$$Mf - O \cdot h = 0$$

$$O = \frac{Mf}{h}$$

Importante: nas barras superiores, o momento é igual ao momento na viga/h, sendo o momento no ponto onde as 2 outras barras cortadas pela seção se cruzam; os sinais são opostos aos momentos calculados na viga.

⇒ Determinar U:

- Na treliça $\sum MG = 0$ é causado por P1, P2, P3 e RVA além de U; mas o momento causado por essas forças a viga de substituição é igual; logo:

$$\sum MG = 0$$

$$Mg - U \cdot h = 0$$

$$U = \frac{Mg}{h}$$

Importante: idem superiores; os sinais são iguais aos calculados na viga;

⇒ Determinar D:

$$\sum F_y = 0$$

$$\underbrace{RVA - P_1 - P_2 - P_3}_{\text{cortante na viga de substituição no trecho fg}} + D \cdot \sin \alpha = 0$$

cortante na viga de substituição no trecho fg

Logo:

$$V + D \cdot \sin \alpha = 0$$

$$D = \frac{V}{\sin \alpha} (\text{módulo})$$

Importante: N é igual ao cortante no trecho/sena; sinais deverão ser estudados a cada caso.

⇒ Determinar V:

$$\underbrace{RVA - P_1 - P_2 - P_3}_{\text{cortante no trecho gh}} - P_4 - V = 0$$

Logo: V = cortante no trecho gh (módulo)

Importante: N = cortante no trecho seccionado por Ritter. Os esforços normais nas barras verticais também podem ser obtidos por NÓS; os sinais deverão ser vistos em cada caso.

4. ESTUDO DE CARGAS MÓVEIS - ESTRUTURAS ISOSTÁTICAS – LINHAS DE INFLUÊNCIA

Cargas:

- 1) Permanentes: atuam sempre sobre a estrutura.
- 2) Acidentais: eventualmente atuam sobre a estrutura.
 - i. Fixas: posição de valor determinado, conhecido.
 - ii. Móveis: valor conhecido mas posição variável.

Trem Tipo: cargas móveis ideais, típicas estabelecidas por normas de cálculo.

Denomina-se trem-tipo o conjunto do carregamento móvel a ser aplicado à estrutura em sua posição mais desfavorável para cada seção de cálculo e combinação de carregamento. Os trens tipos compõem-se de compressores, caminhões e multidão.

A multidão representa o tráfego de veículos de pequeno porte que pode acompanhar a passagem do caminhão e/ou do compressor. A multidão é constituída por carga uniformemente distribuída

A resolução do problema de cargas móveis em estruturas será feita através do processo de linhas de influência (LI).

Supõe-se inicialmente que o trem-tipo é constituído de apenas 1 carga concentrada unitária. Em seguida, são feitos os cálculos necessários para levar-se em conta o trem-tipo real.

4.1. Linhas de Influência

Linha de influência de um efeito elástico E , em uma dada seção S , é a representação gráfica ou analítica do valor deste efeito, naquela seção S , produzido por uma carga concentrada unitária, de cima para baixo, que percorre a estrutura. Gráfico E x z para $P(z) = 1$.

O efeito elástico pode ser esforço (axial, cortante, momento fletor ou torsor), reação de apoio ou deformação.

4.1.1. Traçado das Linhas de Influência

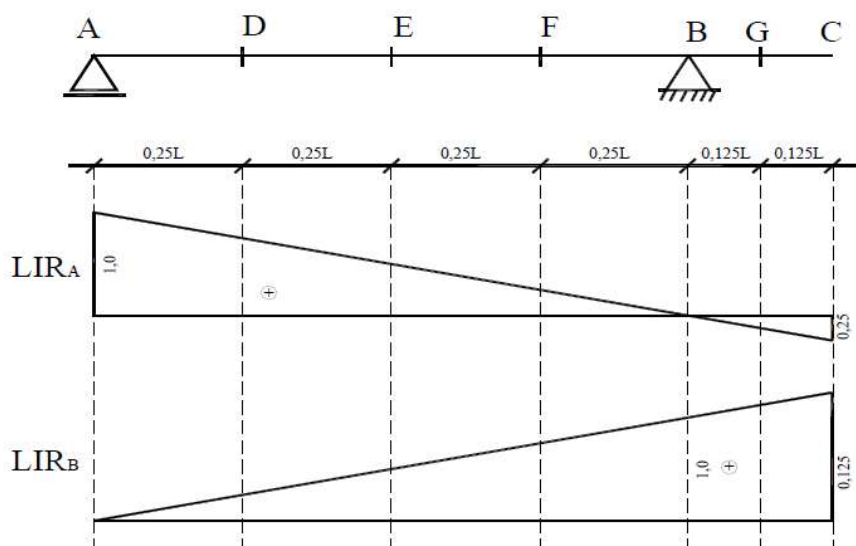
Os diagramas de linha de influência caracterizam-se por:

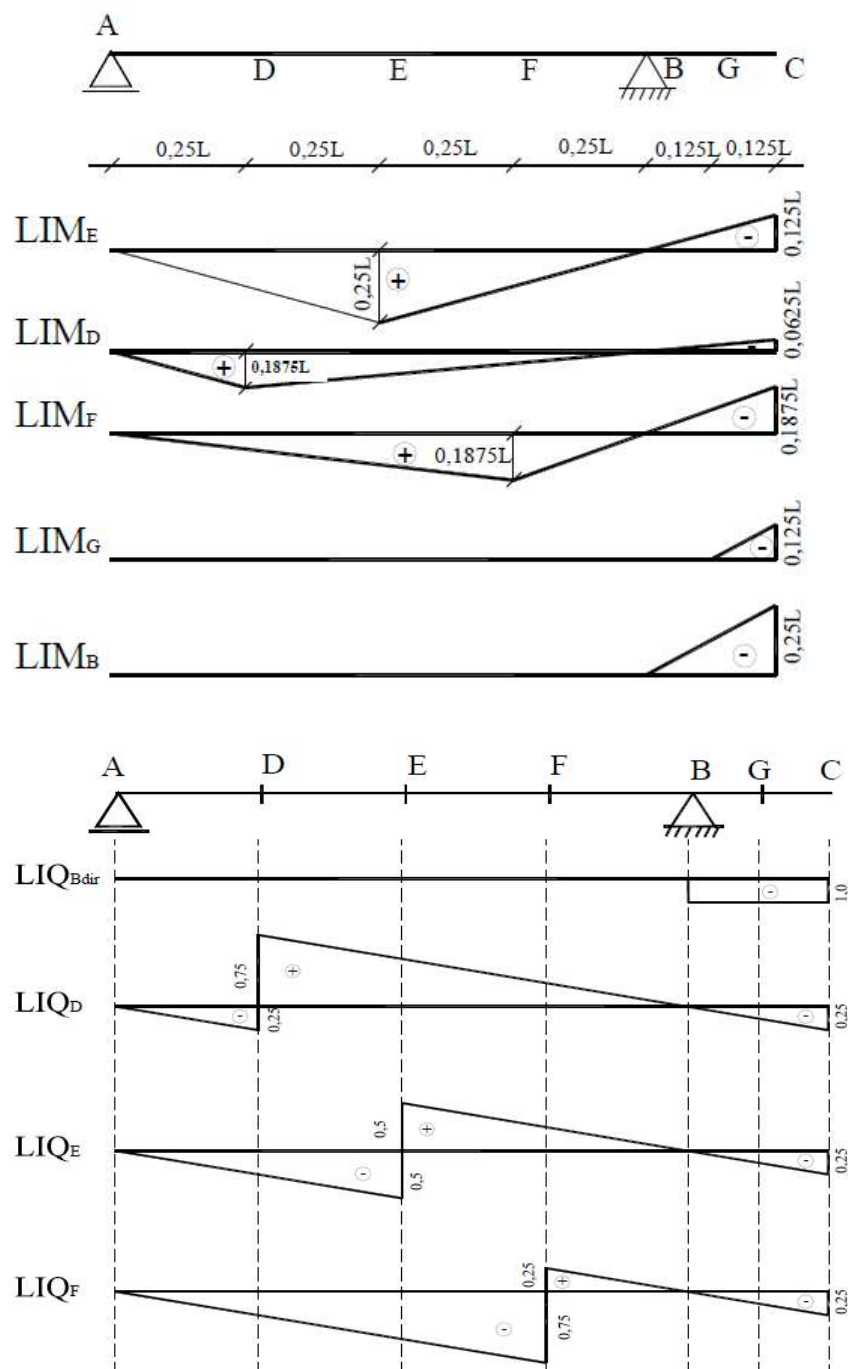
- Em estruturas isostáticas as LI são retas.
- Em estruturas hiperestáticas as LI são curvas.

Efeito Es	Unidade de Es	Unidade de P	Unidade das LI Es
R	F	F	Adimensional
Q	F		Adimensional
N	F		Adimensional
M	FL		L
T	FL		L

F = força L = comprimento

Seja por exemplo a linha de influência das reações de apoio, esforço cortante e momento fletor para a viga a seguir:



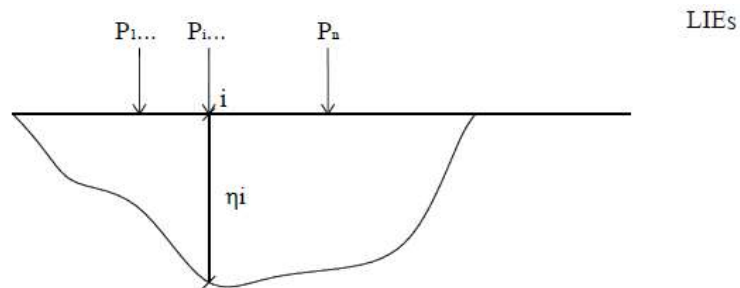


4.1.2. Envoltória de esforços

É o lugar geométrico dos esforços máximos (de ambos os sinais) atuantes em cada seção da estrutural.

4.1.3. Obtenção dos Efeitos, Conhecidas as LI

Seja por exemplo em trem-tipo constituído de n cargas concentradas que percorre uma estrutura cuja LI do efeito E na seção S é:

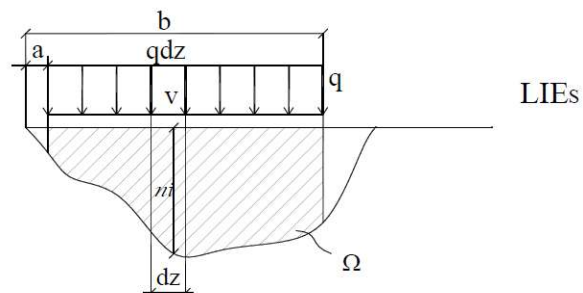


O valor do efeito produzido em S por uma carga unitária atuando no ponto i é η_i ; logo o efeito produzido por uma carga P_i é $P_i \eta_i$.

Pelo princípio de superposição de efeitos (supondo material elástico-linear e pequeno deslocamento) o efeito em S produzido por todas as cargas é:

$$E_s = \sum P_i \eta_i$$

Seja agora um trem-tipo composto por uma carga uniformemente distribuída q (carga de multidão).



$$E_s = \int_a^b q dz \cdot \eta_i = q \int_a^b \eta_i dz = q \Omega$$

Sendo Ω denominada *área de influência*.

- Caso geral – trem tipo composto de cargas concentradas mais uma carga distribuída:

$$E_s = \sum (P_i \eta_i) + q \Omega$$

5. CABOS

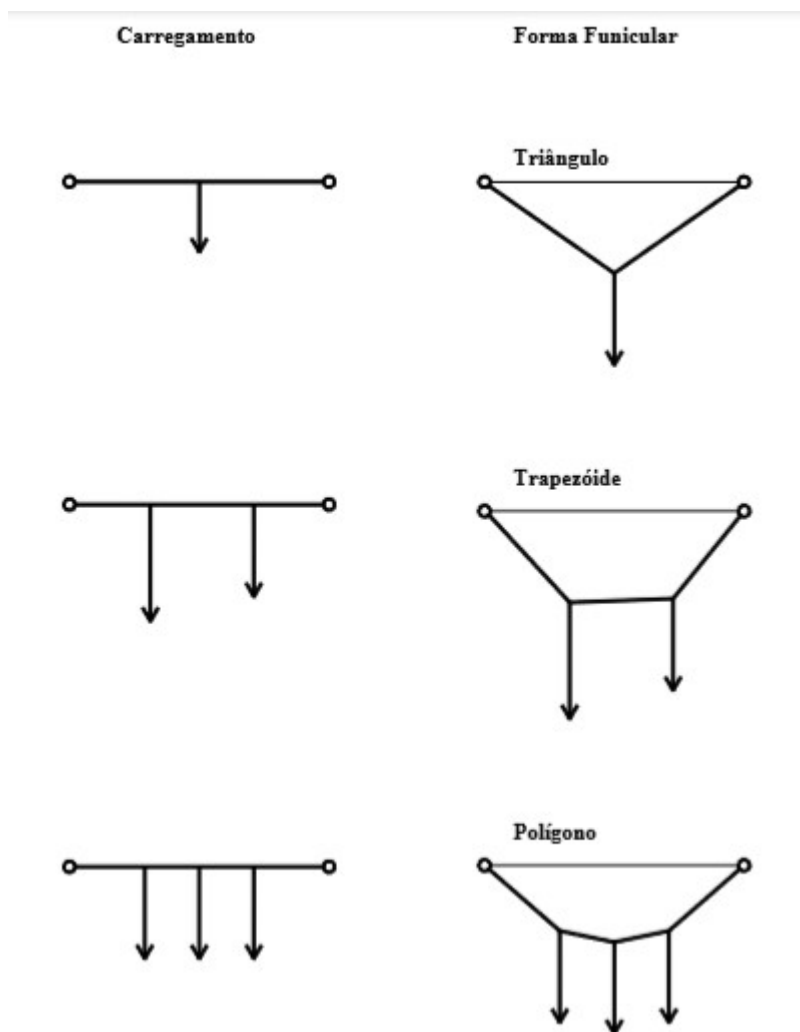
Cabos são estruturas lineares, extremamente flexíveis, capazes de resistir a esforços de tração. Os esforços cortantes, de compressão, de flexão e de torção não são resistidos por um cabo ideal. Os cabos são utilizados em vários tipos de estruturas.

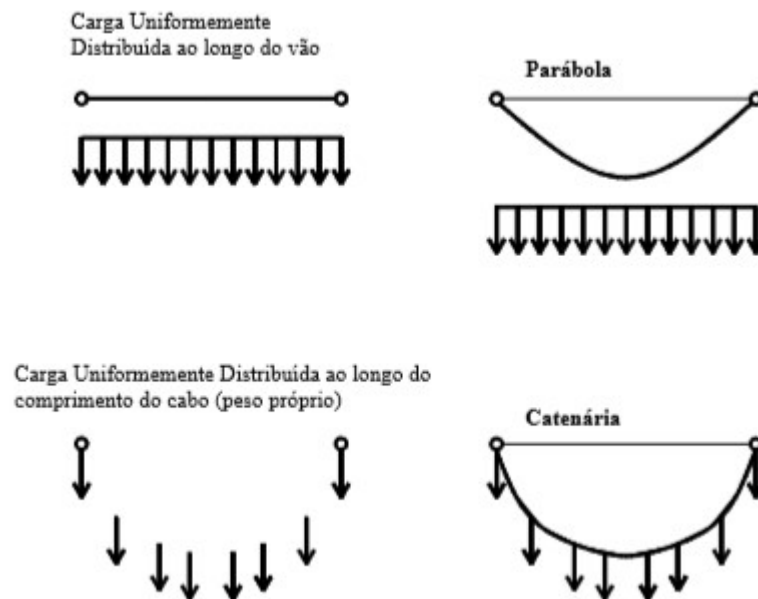
Nas pontes pênséis e teleféricos são principais elementos portantes, nas linhas de transmissão conduzem a energia elétrica, vencendo vãos entre as torres e são empregados como elemento portante de coberturas de grandes vãos (Süssekind, 1987).

No estudo estático, assume-se a hipótese que os cabos são perfeitamente flexíveis, isto é, possuem momento fletor e esforço cortante nulos ao longo do comprimento. Dessa forma, os cabos ficam submetidos apenas a esforços normais de tração.

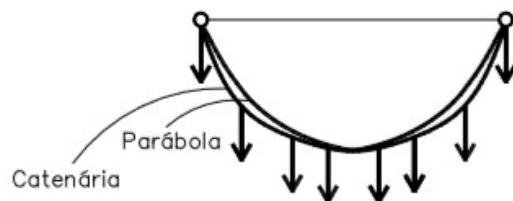
As formas assumidas pelo cabo dependem do carregamento que nele atua. Se o carregamento externo for muito maior do que o peso próprio do cabo, este último é desprezado no cálculo. A geometria da configuração deformada do cabo, para um dado carregamento, é denominada forma funicular (do latim, funis = corda) do cabo.

Exemplo de formas funiculares:



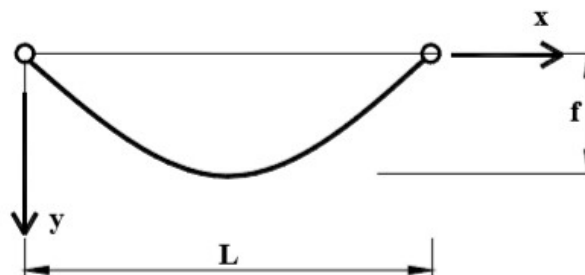


A catenária possui uma geometria mais baixa que a parábola. Isto é consequência do peso próprio se concentrar mais nas regiões próximas das extremidades



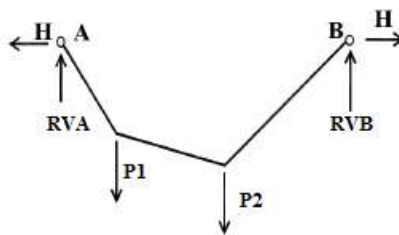
A partir de estudos comparativos entre a forma da parábola e da catenária, para várias relações de flecha (f) e vão entre extremidades (L), constata-se que para relações $(f / L) \leq 0,2$ as formas da parábola e da catenária são praticamente coincidentes. Nestes casos, é mais prático usar a forma da parábola para determinação dos lugares geométricos dos pontos ao longo do cabo.

$$Y = ax^2 + bx + c$$

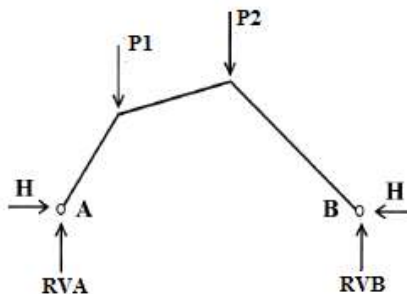


6. ARCOS

Seja um cabo submetido a cargas concentradas cuja forma é um polígono:



Rebatendo-se a forma funicular do cabo, tem-se:



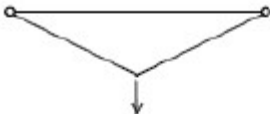
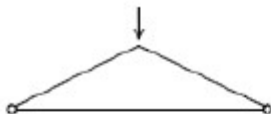
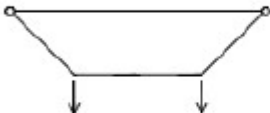
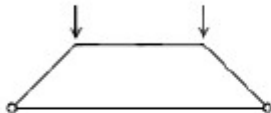
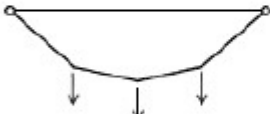
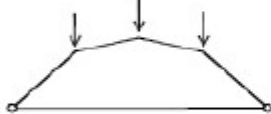
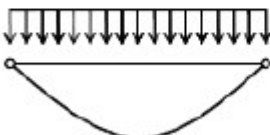
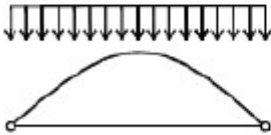
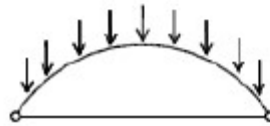
Ao rebater-se o cabo AB e mantendo sua forma funicular “congelada” de maneira que o cabo possua rigidez suficiente para resistir a esforços de compressão.

A forma funicular “congelada” do cabo se transforma assim num arco poligonal funicular, onde todas as seções transversais estão submetidas exclusivamente a esforços de compressão. O arco deve apresentar maior rigidez que os cabos, caso contrário o arco não permaneceria com a geometria projetada quando o carregamento fosse aplicado.

Nos cabos, para cada tipo e intensidade de carregamento a forma funicular seria diferente de forma que todas as seções transversais estivessem submetidas a momentos nulos. Além disso, o empuxo horizontal nos apoios sempre é com sentido a afastar as extremidades.

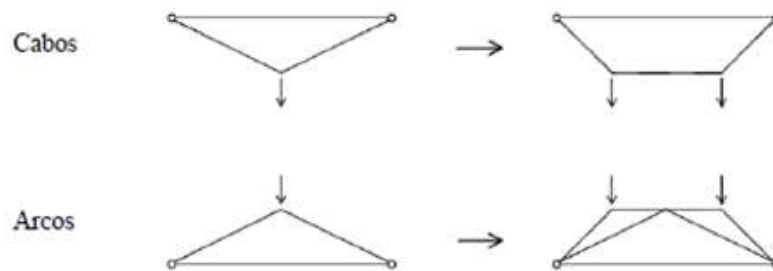
Nos arcos, para cada tipo e intensidade de carregamento existirá uma forma funicular para a qual os momentos serão nulos para todas as seções transversais. Esta forma funicular é chamada “linha de pressão” de um carregamento sempre que a geometria de um arco coincidir com a linha de pressão do carregamento aplicado sobre o arco os únicos esforços atuantes serão de compressão, com $M_s=0$ e $V_s=0$. Além disso, independente do arco estar submetido exclusivamente a esforços de compressão ou não, os empuxos horizontais nas extremidades do arco têm sentido de aproximação das extremidades equilibrando a tendência do arco deformar-se com o afastamento dos apoios.

Formas funiculares para alguns tipos de carregamentos:

Cabos	Arcos	Linha de pressão
		Triangular
		Trapezoidal
		Poligonal
		Parabólica
		Catênária

Portanto, muitas das características dos cabos também são pertinentes aos arcos, principalmente dos arcos com geometria funiculares ($M_s=0$).

Porém, o comportamento dos arcos difere do comportamento dos cabos em um aspecto básico: se o carregamento nos cabos se modifica, o cabo muda de forma e assume uma nova geometria funicular. Por outro lado, se o carregamento no arco se altera, o arco mantém sua geometria, devido a sua maior rigidez ao compará-lo ao cabo, e não possui mais uma forma funicular para a nova condição de carregamento.



A geometria triangular não coincide com a linha de pressão para 2 cargas concentradas.

Quando a geometria do arco não coincide com a linha de pressão para o carregamento, surgem esforços de flexão e cisalhamento no arco (M_s , V_s), além dos esforços de compressão (N_s).

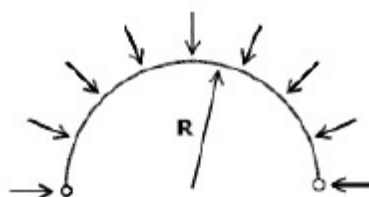
Ao projetar-se a forma de um arco, sob o ponto de vista estrutural, deve ser escolhida a forma funicular para o carregamento aplicado. No entanto, sabe-se que as estruturas estão submetidas a carregamentos permanentes (peso próprio) e a carregamentos variáveis (pessoas, mobiliário, ventos).

Para qual combinação de carregamentos definiremos a geometria do arco? Se definirmos somente a função do carregamento permanente haverá efeitos de flexão quando aplicado o carregamento variável. Se a geometria do arco for definida com o conjunto de carga permanente + variável, para qualquer alteração no carregamento variável ocorrerão efeitos de flexão e cisalhamento.

O critério de projeto utilizado neste caso é definir a geometria do arco para carregamento predominante. Na situação se um arco de alvenaria, o carregamento permanente é maior que o variável e a geometria é definida em função do primeiro. No caso de arcos com materiais mais leves, como o aço, as cargas variáveis possuem maior participação na composição do carregamento, recomendando que a escolha da geometria do arco considere a sobreposição do carregamento permanente + variável.

Sabe-se que a otimização do elemento sob o ponto de vista estrutural não é o único parâmetro a influir na concepção de uma estrutura. A função e a forma também influenciam a escolha da forma estrutural do arco.

Os romanos notabilizaram-se pela utilização de arcos para vencer grandes vãos. Os arcos romanos possuem a forma de um semicírculo.



O carregamento que possui o semicírculo como a linha de pressão é a ação de cargas radiais. Esse tipo de carregamento surge quando há efeitos de vento envolvendo uma cobertura com estrutura em arco, por exemplo. Na maioria dos casos, o carregamento será do tipo uniformemente distribuído, o que ocasiona o surgimento de efeitos de flexão nos arcos romanos. É o predomínio da forma sobre a função estrutural.

Outro tipo de arco bastante utilizado no passado é o arco gótico, que possui uma flecha bastante pronunciada.

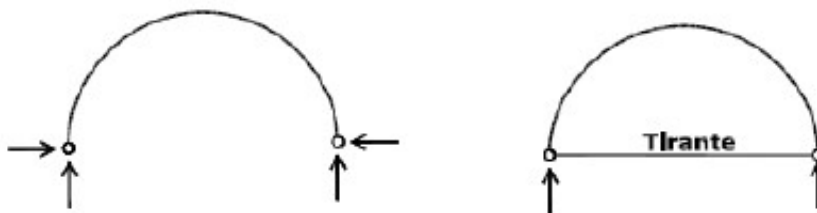


Lembrando-se do elenco de cabos, quanto maior a flecha, menos a reação horizontal (empuxo) nos apoios. Nos arcos vale a mesma reação. Os arcos góticos possuem a vantagem de minimizarem as reações horizontais, permitindo vencer grandes vãos sem a preocupação de surgirem altos empuxos.

Já o arco árabe não possui vantagens sob o ponto de vista estrutural, pois as formas reentrantes nos apoios introduzem altas tensões de flexão nesta região.



Além da escolha da geometria do arco, é necessário que também seja garantido que o empuxo horizontal nos apoios seja absorvido pela fundação.



Caso a fundação não seja capaz de resistir ao empuxo, pode-se optar pela utilização de um tirante que impedirá o movimento de “afastamento” dos apoios. O inconveniente de usar o tirante está que este pode vir a ocupar um espaço que deveria estar liberado pra a utilização. A solução neste caso é colocar o tirante no nível das fundações, de forma que fique no subsolo da edificação. Há situações onde é possível tirar partido da utilização de tirantes.

No caso de pontes, os sistemas em arco podem apresentar duas configurações diferentes, conforme a posição relativa do tabuleiro da ponte esteja acima ou abaixo do arco.

- Se o tabuleiro está acima do arco, as cargas do tabuleiro são transmitidas por montantes até ao arco e o empuxo horizontal é transmitido às fundações.
- Se o tabuleiro está abaixo do arco, as cargas estão “penduradas” no arco por pendurais. O equilíbrio dos empuxos horizontais pode ser garantido pelo uso de tirantes que estejam embutidos no tabuleiro.

Quanto à vinculação, os arcos podem apresentar extremidades rotuladas ou engastadas:



Os arcos com apoios rotulados permitem a rotação nas extremidades quando o carregamento atuar.

Os arcos com vínculos engastados são mais rígidos que os de extremidade rotulada, apresentando menores deslocamentos quando sob a ação do carregamento. Por serem mais rígidos, adaptam-se menos às variações de carregamento ao longo da vida da estrutura, surgindo assim esforços solicitantes mais relevantes que nos pórticos rotulados.

Os arcos hiperestáticos por dependerem de uma condição adicional de compatibilidade das deformações, além das equações de equilíbrio, sofrem alterações significativas nos esforços quando há recalques de apoios ou variações de temperatura. Para eliminar estes efeitos, pode-se acrescentar uma rótula ao arco biarticulado.